

## 4. INDICADORES DE DESIGUALDAD, POBREZA Y DESARROLLO HUMANO

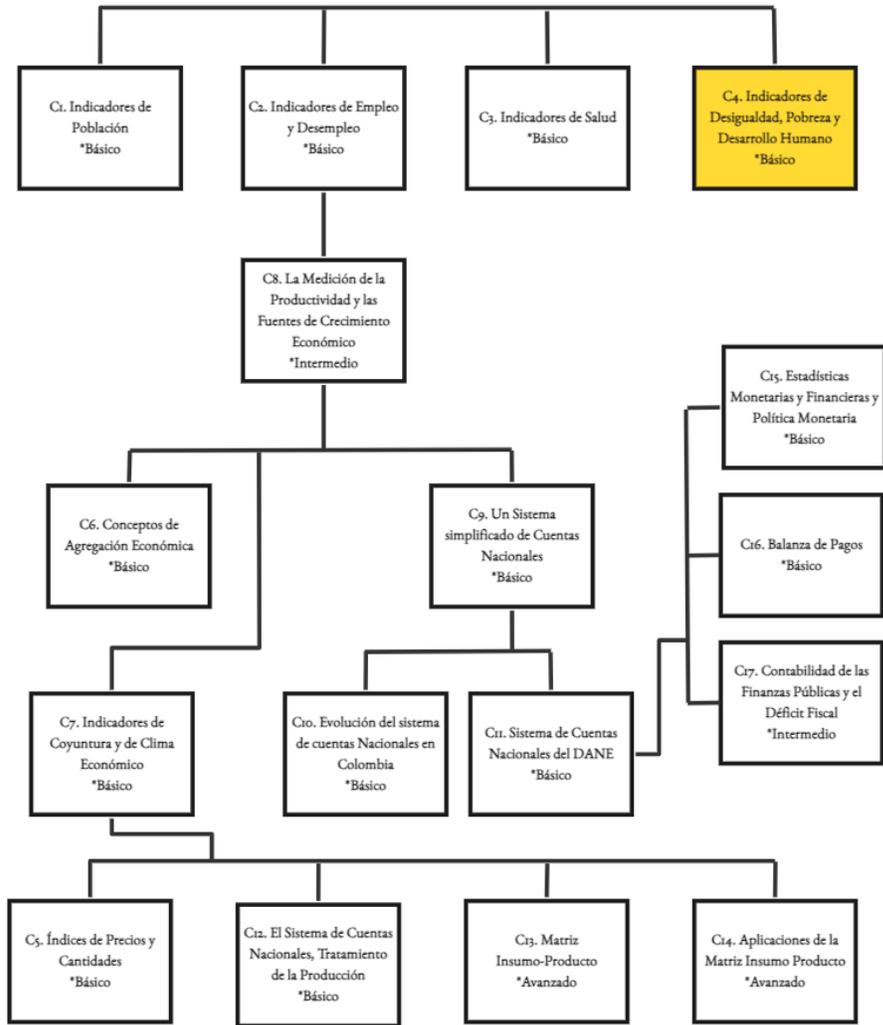
### Objetivos del capítulo

Al finalizar este capítulo, el lector estará en capacidad de:

- Tener un panorama claro de los principales indicadores de desigualdad, pobreza y desarrollo humano, tal como se utilizan en Colombia.
- Conocer las fuentes de información y los métodos de cálculo de estos indicadores.
- Saber interpretar y estar en capacidad de construir curvas de Lorenz.
- Poder calcular coeficientes de Gini y coeficientes de desigualdad de Theil.
- Tener los elementos necesarios para interpretar y calcular líneas y tasas de pobreza.
- Conocer los conceptos de necesidades básicas insatisfechas y de pobreza multidimensional.
- Entender la estructura y las distintas versiones del Índice de Desarrollo Humano de las Naciones Unidas.

Prerrequisitos: Capítulo 1 (Indicadores de población).

Nivel de matemáticas requerido: básico.



Este capítulo se concentra en estudiar los indicadores más utilizados para analizar las condiciones de desigualdad, pobreza y desarrollo humano. Se describen los conceptos en que se basan los indicadores y se explican las metodologías de cálculo.

En la primera parte del capítulo se presentan los indicadores de desigualdad, entre los cuales se destacan la curva de Lorenz y los coeficientes de Gini y de Theil. Conviene precisar que en la literatura especializada se utilizan, además de los indicadores mencionados, el rango de variación, la desviación media relativa, la varianza, el coeficiente de variación, la desviación típica de los logaritmos y otras medidas más complejas como los índices de bienestar sugeridos por Dalton y Atkinson. Tales medidas no se estudian en este libro porque han tenido muy poca aplicación en Colombia, aún cuando desde un punto de vista teórico algunas de ellas tienen propiedades más convenientes que la curva de Lorenz o los coeficientes de Gini y Theil.

En la segunda parte del capítulo se introducen los principales indicadores de pobreza y su aplicación en Colombia. Después de introducir el concepto de línea de pobreza, se discuten diversos índices de pobreza monetaria y se presenta el indicador de pobreza multidimensional desarrollado por el DANE. Mientras que la pobreza monetaria mide la capacidad adquisitiva de los hogares respecto de una canasta de consumo básico, la pobreza multidimensional busca medir la privación en diversos aspectos que se consideran esenciales para el bienestar de los individuos.

Como complemento a los indicadores de pobreza y desigualdad, la tercera sección se ocupa de los indicadores más conocidos para medir el desarrollo humano. Se presta especial atención al Índice de Desarrollo Humano (*IDH*) producido por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, que es el indicador más utilizado internacionalmente para comparar los niveles de vida de los países. El *IDH* sintetiza información de salud, educación e ingreso monetario, con base en la cual se clasifican los países en niveles de desarrollo humano (muy alto, alto, medio y bajo).

## 4.1 Indicadores de desigualdad

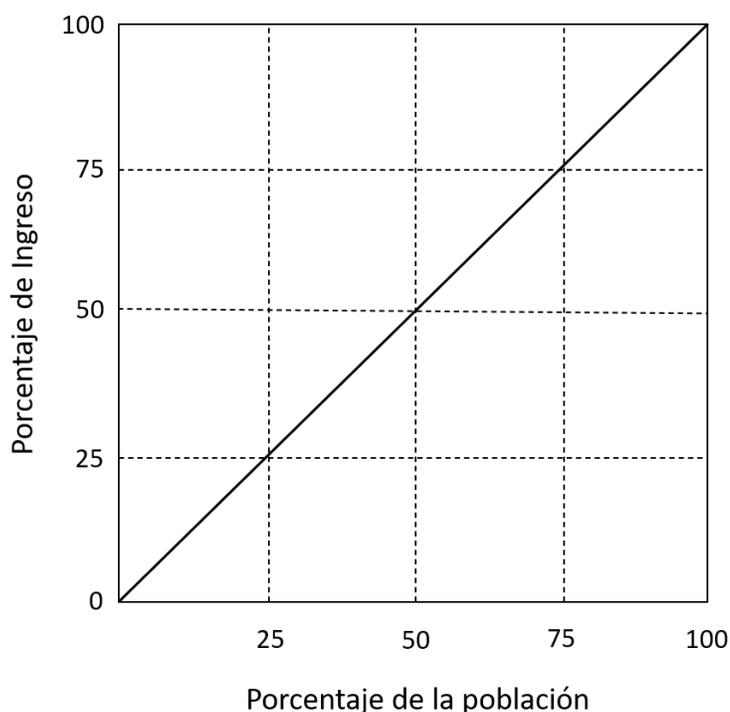
A nivel mundial, la distribución del ingreso ha adquirido una gran importancia como tema de discusión pública, pues hay un reconocimiento creciente de que los resultados del crecimiento económico de las últimas décadas no se han distribuido equitativamente. Aunque en el pasado los economistas prestaban poca atención a los temas distributivos, en la actualidad se consideran centrales en cualquier diagnóstico sobre la situación económica de un país y en cualquier análisis sobre los efectos de las principales políticas económicas y sociales. En esta sección se describen los tres indicadores más importantes de desigualdad: la curva de Lorenz, y los coeficientes de Gini y de Theil.

#### 4.1.1 La curva de Lorenz

Puede aceptarse que el ingreso (u otra variable) se encuentra distribuido equitativamente entre los miembros de la población cuando a cada uno corresponde una fracción proporcional del total. Así, en una población de 100 miembros, si el ingreso se encuentra distribuido equitativamente, cada uno percibirá un 1% del total. Por tanto, en una distribución equitativa, un porcentaje cualquiera de la población recibe ese mismo porcentaje de ingreso. La “equidistribución” puede representarse, entonces, como una diagonal que relaciona los valores porcentuales de la variable del eje de las abscisas con sus correspondientes valores porcentuales de la variable del eje de coordenadas (véase Gráfico 4.1).

*La curva de Lorenz representa la distribución del ingreso entre la población. Entre más cerca esté de la diagonal, más equitativa es la distribución.*

**Gráfico 4.1** Diagonal de equidistribución

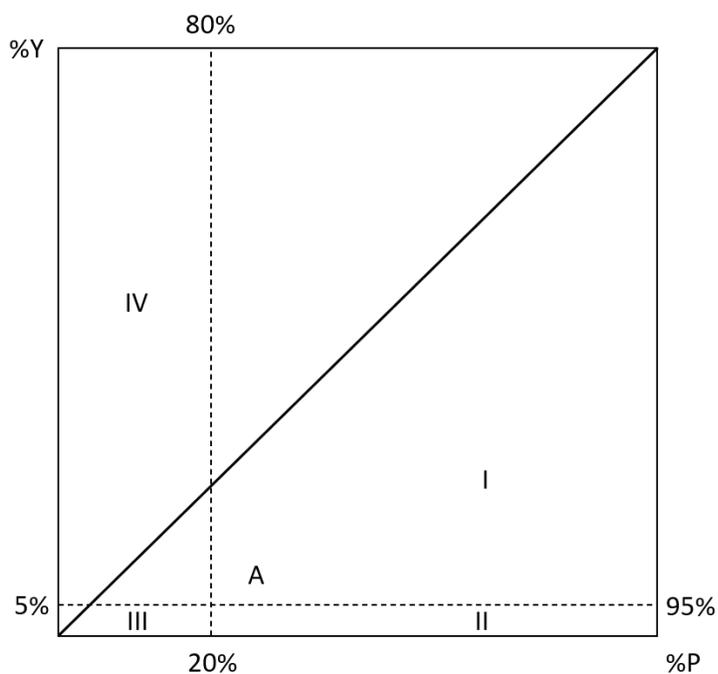


Para construir dicha línea de distribución o curva de Lorenz se comienza por organizar la información de ingresos en sentido ascendente, a partir de los individuos que reciben menos ingresos. Cuando no se tiene información para cada individuo, sino para rangos de ingresos, se procede de igual forma, pero teniendo en cuenta el número de individuos en cada rango. Una vez organizada de este modo la información, se obtienen los porcentajes acumulados de individuos y sus correspondientes ingresos para un número suficiente de rangos. Cada par de porcentajes acumulados, como por ejemplo 20% para población y 5% para

ingresos, puede ubicarse como un punto en el gráfico (A en el Gráfico 4.2). Este punto indica que el 20 % más pobre de la población percibe el 5 % del ingreso o, alternativamente, si se lee desde el extremo opuesto del gráfico, que el 80 % más rico recibe el 95 % del ingreso. Puede hacerse una lectura semejante en cualquier otro punto.

Debido a que los porcentajes que se representan son acumulativos, cualquier otro punto de la misma distribución debe estar colocado en los cuadrantes I o III, con respecto a A, y no en los cuadrantes II o IV en el Gráfico 4.2. En otras palabras, los diferentes puntos que van graficándose podrán conectarse mediante trazos ascendentes a la derecha, los cuales conforman la curva de Lorenz. Naturalmente, la “curva” tendrá un trazo más continuo y definido entre mayor sea el número de puntos utilizados.

**Gráfico 4.2 Construcción de una curva de Lorenz**



**Ejemplo 4.1 - Construcción de la curva de Lorenz**

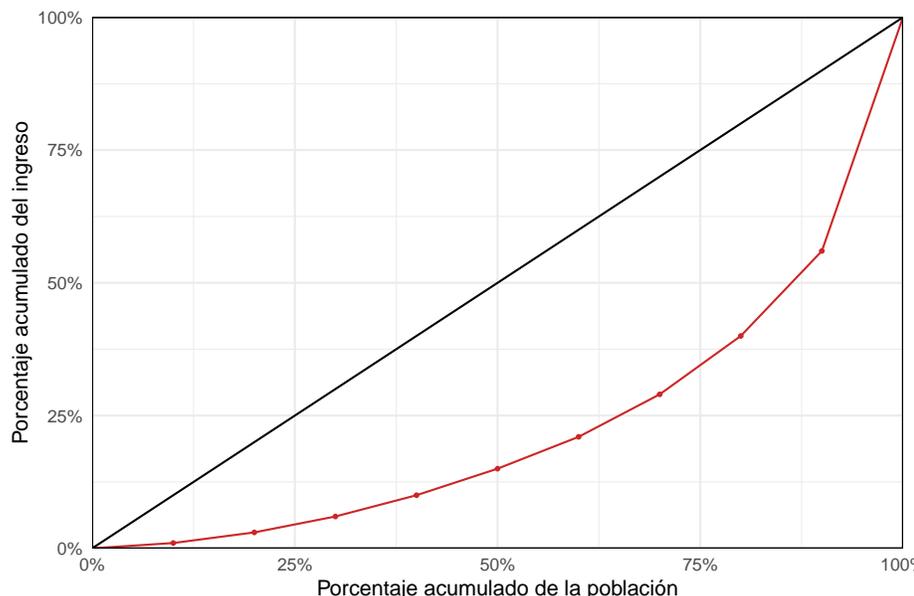
Para construir la curva de Lorenz se ordenan primero de menor a mayor los ingresos, luego se calculan las participaciones del número de individuos y de sus ingresos y finalmente se calcula el porcentaje acumulado de los individuos y del ingreso. En el cuadro 4.1 estamos suponiendo que hay diez individuos con los ingresos mensuales allí indicados (que corresponden al ingreso per cápita por decil en Colombia en 2020).

**Cuadro 4.1 Distribución del ingreso de 10 individuos**

Individuo número	Ingreso del individuo (miles de pesos mensuales)	Porcentaje acumulado de la población	Participación en el ingreso total	Porcentaje acumulado de ingreso
				0.0
1	48	10%	0.7	0.7
2	133	20%	2.1	2.8
3	196	30%	3.0	5.8
4	259	40%	4.0	9.8
5	328	50%	5.0	14.8
6	415	60%	6.4	21.2
7	530	70%	8.2	29.2
8	704	80%	10.8	40.2
9	1,028	90%	15.8	56.0
10	2,856	100%	44.0	100.0
Total	6,495			

Los resultados muestran, por ejemplo, que el 40 % más pobre de la población recibe el 10 % del total de ingresos, resultado que se muestra en el Gráfico 4.3 (este gráfico puede verse de manera interactiva en la versión HTML del libro). De igual manera, el 50 % más pobre de la población recibe el 15 % de todos los ingresos, y así sucesivamente. Entre más alejada esté la curva de la diagonal mayor es la concentración del ingreso.

Gráfico 4.3 Curva de Lorenz simplificada (Colombia 2020)



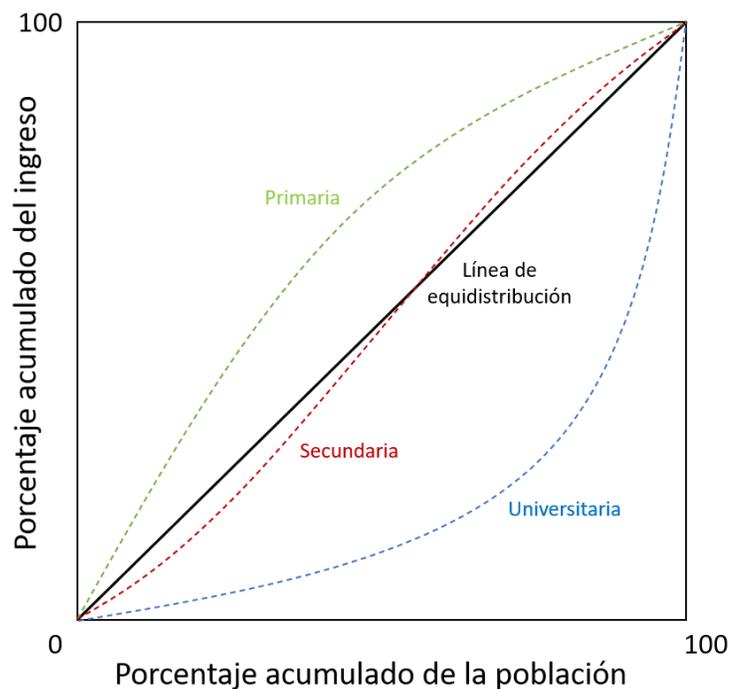
Fuente: Cálculos propios con datos de la Gran Encuesta Integrada de Hogares del DANE de 2020.

Debido a que la información ha sido organizada de manera gradual y acumulativa con respecto a la variable distribuida, empezando por los grupos de menores ingresos, la curva de Lorenz tendrá una inclinación que aumentará gradualmente a lo largo de su recorrido, sin mostrar sinuosidades (los quiebres que aparecen en el gráfico se deben, por supuesto, a que solo hemos usado 10 individuos en representación de toda la población). No obstante, puede ser de utilidad organizar la información de manera gradual y acumulativa con respecto a una variable diferente a la que está siendo distribuida. Por ejemplo, si la variable objeto de distribución son los subsidios, puede resultar interesante analizar su distribución de acuerdo con los niveles de ingreso de los beneficiarios. En tal caso, la curva puede mostrar cambios de inclinación en diferente sentido y aun cortar la diagonal de equidistribución, como sucede con las curvas del Gráfico 4.5, que representan la distribución de los subsidios en educación según los niveles de ingreso de la población.

Las tres curvas del Gráfico 4.4 corresponden a tres casos de subsidio, según una de las primeras investigaciones que se hizo en América Latina sobre el impacto distributivo del gasto público en educación: gasto progresivo (primaria), aproximadamente equitativo (secundaria) y regresivo (universitaria), respecto a la distribución del ingreso. En el primer caso, el subsidio está corrigiendo sustancialmente la concentración del ingreso: la curva por encima de la diagonal indica que los estratos más pobres de la población reciben una mayor parte del subsidio. Lo contrario sucede con el subsidio en educación universitaria, el cual puede agravar la concentración del ingreso (lo que ocurre si la curva está

totalmente a la derecha de la curva Lorenz del ingreso, que no está graficada). En cuanto al subsidio en educación secundaria, si bien mejora la distribución del ingreso (pues sin duda está a la izquierda de la curva Lorenz del ingreso), la curva corta la diagonal, indicando que resulta levemente regresivo dentro del grupo que constituye el 60 % más pobre, y levemente progresivo dentro del 40 % más rico.

**Gráfico 4.4 Curva de Lorenz de los subsidios de educación**



*Fuente: M. Selowsky, Who Benefits from Government Expenditure? A Case Study of Colombia, Oxford University Press, 1979.*

#### 4.1.2 El coeficiente de Gini

La distancia entre una curva de Lorenz y la diagonal de equidistribución es indicativa del grado de concentración. Una curva de Lorenz que se encuentre por debajo de otra para todos los porcentajes de población (excepto, por supuesto, 0 y 100) indica indudablemente una mayor concentración. Sin embargo, cuando dos curvas de Lorenz se cortan no puede establecerse claramente en cuál caso es mayor la concentración. De esta forma, la curva de Lorenz provee un criterio de ordenamiento incompleto, o cuasi-ordenamiento, que no puede aplicarse a cualquier par de curvas. Para suplir esta deficiencia puede tomarse una medida

de la distancia de la diagonal a la curva de Lorenz en todo su recorrido. Esto es lo que hace el coeficiente de Gini, que se define como el cociente que relaciona el área entre la curva de Lorenz y la diagonal con el área total bajo la diagonal. Un coeficiente igual a cero representa perfecta igualdad mientras que el valor de uno implica perfecta desigualdad.

Si llamamos  $X$  el área entre la diagonal y la curva de Lorenz y  $Z$  el área total bajo la diagonal, el coeficiente de concentración de Gini es igual a  $X/Z$ . A fin de deducir un método práctico para calcular el coeficiente de Gini, es conveniente notar que el área bajo la curva de Lorenz puede descomponerse en una serie de trapecios a partir de los puntos iniciales de construcción (Gráfico 4.5). Puesto que el coeficiente de Gini se define como  $X/Z$ , se requiere calcular el área  $X$  del gráfico, sabiendo que el área  $Z$ , que es la total bajo la diagonal, es 0.5 (pues cada lado del cuadrado mide 1). Por tanto, llamando  $W$  al área bajo la curva, se tiene que

$$X + W = 0.5$$

$$X = 0.5 - W$$

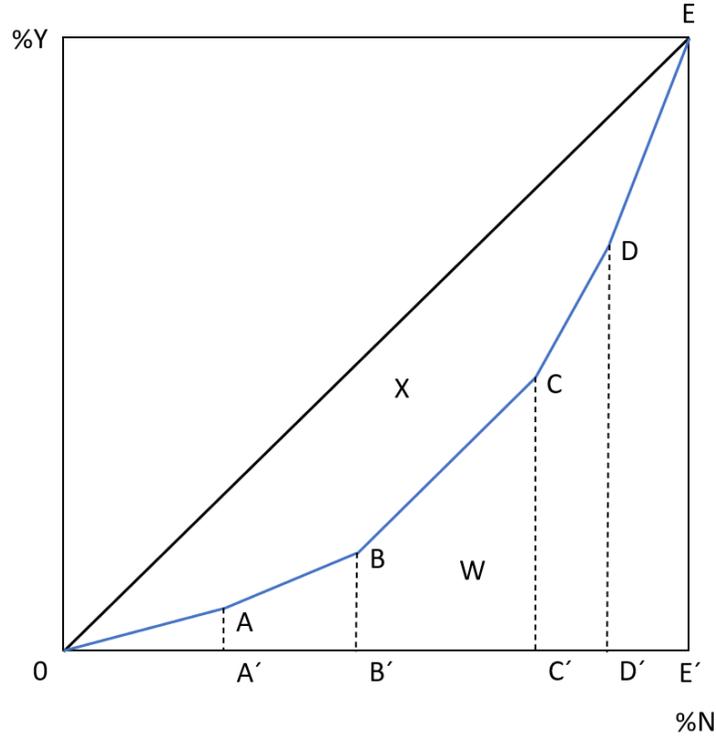
Por consiguiente, puesto que

$$G = \frac{X}{Z}$$

$$G = \frac{(0.5 - W)}{0.5}$$

$$G = 1 - 2W$$

Gráfico 4.5 Método de cálculo del coeficiente de Gini



*El coeficiente de Gini parte de la curva de Lorenz. Es el área entre la diagonal y la curva multiplicado por 2. A mayor Gini, mayor desigualdad.*

Pero  $W$  es el área total de los trapecios del gráfico. Para calcularla, obsérvese que las distancias  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ , etcétera, del gráfico son los porcentajes acumulados de ingreso y que las distancias  $OA'$ ,  $A'B'$ ,  $B'C'$ , son los rangos porcentuales de la población (o sea, la diferencia entre el porcentaje acumulado y el que se tenía hasta el rango anterior). Así,

$$\checkmark W = \sum_i \frac{(Y_{i-1} + Y_i)}{2} (N_i - N_{i-1})$$

donde  $Y_i$  y  $N_i$  son porcentajes acumulados de ingreso y perceptores, respectivamente. Por lo tanto, la fórmula de cálculo del coeficiente de Gini es

$$\checkmark G = 1 - \sum_i (Y_{i-1} + Y_i)(N_i - N_{i-1})$$

Utilizando el mismo método, el coeficiente de Gini puede calcularse para la distribución de una variable diferente a la que ordena los datos, como en el

caso de los subsidios a la educación ya mencionado. En este caso, se denomina coeficiente cuasi-Gini.

Existen muchas otras formas más exactas para definir el coeficiente de Gini, que son más complicadas computacionalmente. Sin embargo, algunas de ellas son de utilidad conceptual. Considérese la expresión siguiente:

$$\checkmark G = 1 + \left(\frac{1}{n}\right) - \left(\frac{2}{(n^2\bar{y})}\right) (y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n)$$

para

$$y_1 \geq y_2 \geq \dots y_n$$

donde  $n$  es el número de miembros de la población,  $y_i$  son los ingresos corrientes para cada individuo  $i$ , y donde  $\bar{y}$  es el ingreso promedio de toda la población.

Esta expresión muestra que el coeficiente de Gini depende de la suma ponderada de los ingresos de todos los individuos, siendo las ponderaciones la posición en el orden de rango de más rico a más pobre de cada uno de los individuos. Cuando el coeficiente de Gini se utiliza como indicador de bienestar, esta propiedad implica una función de bienestar colectiva con tales ponderaciones.

Esta última definición es útil para mostrar algunas de las características del coeficiente de Gini como indicador de distribución. El coeficiente es más sensible a aumentos en el ingreso de los individuos más pobres que a aumentos iguales en el ingreso de los individuos más ricos, dado que la ponderación que se asigna al ingreso de éstos es menor. En consecuencia, el valor del coeficiente de concentración se reduce cuando se eleva el ingreso de todos los individuos en igual magnitud absoluta y también cuando se presenta una transferencia de ingreso de un individuo más rico a otro más pobre.

De otra parte, como las ponderaciones dependen de la posición en el orden de rango, la ponderación asignada a un individuo cualquiera puede cambiar como resultado de una mejoría o un empeoramiento en su posición de orden aún cuando su ingreso absoluto no se haya modificado.

**Ejemplo 4.2 - Cálculo del coeficiente de Gini**

Con los datos utilizados para construir la curva de Lorenz en el Ejercicio 4.1, el coeficiente de Gini se calcula de la siguiente manera:

En la columna 1 se encuentra la participación acumulada de los individuos, que han sido previamente ordenados según su ingreso. Cada individuo corresponde al 0.1 del total. De igual manera, en la columna 2 se tiene la participación acumulada de los ingresos. Nótese que a diferencia del Ejercicio 4.1, estamos utilizando coeficientes en lugar de porcentajes, para facilitar los cálculos.

La columna 3 es igual al valor de cada individuo en la columna anterior más el valor del renglón anterior de esta misma columna. Para el primer individuo,  $Y_{(i-1)} = 0$ . De igual manera, la columna 4 se construye como la diferencia de la participación acumulada de los individuos (de la columna 1).

**Cuadro 4.2 Estimación del coeficiente de Gini**

Persona	$N_i$ (1)	$Y_i$ (2)	$Y_{i-1} + Y_i$ (3)	$N_i - N_{i-1}$ (4)	(3)*(4)=(5)
1	0.1	0.007	0.007	0.1	0.0007
2	0.2	0.028	0.035	0.1	0.0035
3	0.3	0.058	0.086	0.1	0.0086
4	0.4	0.098	0.156	0.1	0.0156
5	0.5	0.148	0.246	0.1	0.0246
6	0.6	0.212	0.360	0.1	0.0360
7	0.7	0.294	0.506	0.1	0.0506
8	0.8	0.402	0.696	0.1	0.0696
9	0.9	0.560	0.962	0.1	0.0962
10	1.0	1.000	1.560	0.1	0.1560
<b>Total</b>				<b>1.0</b>	<b>0.4614</b>

La última columna corresponde a la multiplicación de las columnas 3 y 4. Para poder hallar el coeficiente de Gini, a la unidad se le resta la suma de todos los valores de la columna 5 (o sea, 0.462):

$$G = 1 - 0.462 = 0.538$$

El coeficiente de Gini para esas 10 personas es cercano a 0.54. Un coeficiente de esta magnitud implica una gran concentración del ingreso.

Hasta este momento nos hemos referido a la desigualdad de los ingresos de los *individuos*. Sin embargo, la desigualdad de ingresos se refiere usualmente a los hogares. En este caso, se calcula a partir del ingreso per cápita del hogar, considerando los ingresos de todos los miembros y dividiendo por el número de miembros. Si los ingresos que se incluyen son solamente los que provienen de actividades productivas, estaremos hablando de la distribución *primaria* del ingreso, pero si incluyen además pensiones, transferencias y subsidios (menos impuestos), entonces tendremos la distribución *secundaria* del ingreso. La diferencia entre una y otra es importante porque refleja, esencialmente, el poder redistributivo de la política fiscal. Los ejemplos que hemos presentado en los cuadros anteriores de distribución del ingreso se basan, de hecho, en los ingresos per cápita del hogar después de pensiones, transferencias, subsidios e impuestos. Es decir, se refieren a la distribución secundaria del ingreso (que en Colombia no difiere casi de la distribución primaria, ya que la política fiscal tiene muy poco impacto redistributivo).

#### 4.1.3 El coeficiente de desigualdad de Theil

Aparte del coeficiente Gini, vale la pena entender el coeficiente de desigualdad desarrollado por Henry Theil como una aplicación de la teoría de información. Aunque se basa en el principio de desorden, o “entropía”, propio de la teoría termodinámica, no se requiere entender este concepto para manejar este indicador de desigualdad. En esencia, se trata de una medida que es conveniente porque permite efectuar fácilmente ejercicios de descomposición (que son posibles, pero difíciles con el coeficiente de Gini) y porque reúne las propiedades (que también tiene el coeficiente de Gini) de ser invariante con respecto a la escala de medición del ingreso y de ser sensible a las transferencias de ingreso entre individuos de diferentes niveles de ingreso. La fórmula del coeficiente de desigualdad de Theil,  $T$ , es

*El coeficiente de Theil es una medida de desigualdad que permite descomponer las fuentes de desigualdad.*

$$T = \sum_i x_i \ln(x_i n)$$

donde  $n$  es el número de individuos  $i$  receptores de ingreso, y  $x_i$  son sus participaciones en el ingreso total.

Cuando el ingreso se distribuye de manera totalmente equitativa, todos los  $x_i$  toman el valor de  $\frac{1}{n}$ . Por consiguiente, todos los  $\ln(x_i n)$  se hacen iguales a cero (recuérdese que el logaritmo de uno es cero). Así, cuando hay perfecta distribución del ingreso el coeficiente de Theil toma el valor de cero.

Otra forma de expresar el índice de Theil, tal como fue propuesto originalmente por Henry Theil, es:

$$T = \frac{1}{n} \sum_i \frac{y_i}{\bar{y}} \ln \frac{y_i}{\bar{y}}$$

donde:

- $n$  = número total de individuos
- $y_i$  = ingreso del individuo  $i$
- $\bar{y}$  = ingreso promedio de los individuos

La enorme ventaja del coeficiente de Theil radica en que puede ser fácilmente descompuesto por grupos de individuos. La desigualdad total se puede expresar como el resultado de las desigualdades dentro de los grupos,  $T_1$ , y las desigualdades entre los grupos,  $T_2$ ,

$$T = T_1 + T_2$$

Siendo,

$$T_1 = \sum_j v_j \sum_i z_{ij} \ln(z_{ij} n_j)$$

✓

$$T_2 = \sum_j v_j \ln\left(\frac{v_j n}{n_j}\right)$$

con la siguiente simbología:

- $v_j$  = participación del grupo  $j$  en el ingreso total
- $z_{ij}$  = participación del individuo  $i$  en el ingreso del grupo  $j$
- $n_j$  = número de individuos del grupo  $j$
- $n$  = número total de individuos.

Para entender el sentido de esta descomposición, obsérvese que el término  $T_2$  corresponde a la expresión inicial de  $T$  en el caso en que cada grupo está conformado por un solo individuo (porque entonces los  $v_j$  son nuestros  $x_i$  iniciales y todos los  $n_j$  son unos). En este caso, obviamente, sólo puede haber desigualdad entre grupos y no dentro de cada grupo. Por consiguiente, el término  $T_1$  debe ser cero, como en efecto se comprueba fácilmente (puesto que todos los  $n_j$  son unos y hay un solo  $z_{ij}$  en cada grupo  $j$ , el cual toma el valor de uno, haciendo así que todos los elementos  $\ln(z_{ij} n_j)$  sean cero).

Considérese ahora el caso en el que hay un solo grupo que reúne a todos los individuos. La desigualdad entre grupos ( $T_2$ ) no puede existir, como en efecto se comprueba por el hecho de que el quebrado  $\frac{v_j n}{n_j}$  toma el valor de uno (y su logaritmo es cero). Por su parte, la desigualdad dentro del único grupo queda medida por  $T_1$  como en nuestra expresión original de  $T$ , porque hay un solo  $v_j$  que toma el valor de uno, los  $z_{ij}$  son los mismos  $x_i$  de nuestra expresión original y  $n_j$  es el mismo  $n$ .

De forma general, cualquiera que sea la agrupación que se haga de los individuos, el término  $T_1$  mide la contribución al coeficiente de desigualdad total de la desigualdad dentro de los grupos, y el término  $T_2$  la contribución de la desigualdad entre los grupos. Ahora bien, puesto que  $T_1$  es la suma ponderada de las desigualdades dentro de cada grupo, puede a su vez descomponerse en  $j$  elementos, cada uno de los cuales mide la contribución a la desigualdad total de la desigualdad existente al interior de cada grupo  $j$ .

#### Ejemplo 4.3 - Coeficiente de desigualdad de Theil

Hay cinco personas que devengan los siguientes ingresos: \$500,000; \$700,000; \$890,000; \$1,000,000 y \$4,300,000. Calcule el índice de Theil de acuerdo a las dos fórmulas explicadas anteriormente.

Como primera medida, se debe calcular la participación del ingreso, que para el individuo 1 sería:

$$x_1 = \frac{500,000}{(500,000 + 700,000 + 890,000 + 1,000,000 + 4,300,000)} = 0.068$$

Para este mismo individuo se tendría:

$$x_1 \ln(x_1 n) = 0.069 \times \ln(0.069 \times 5) = -0.073$$

Realizando el mismo ejercicio para las otras cuatro personas, el índice de Theil vendría dado por:

$$T = (-0.073 - 0.070 - 0.060 - 0.051 + 0.645) = 0.390$$

Utilizando la segunda fórmula del cálculo, se tendría:

$$\bar{y} = 1,478,000$$

Para el primer individuo,

$$\frac{y_1}{\bar{y}} = \frac{500,000}{1,478,000} = 0.338$$

Y el logaritmo,

$$\ln\left(\frac{y_1}{\bar{y}}\right) = \ln(0.338) = -1.084$$

Multiplicando los dos resultados anteriores

$$\frac{y_1}{\bar{y}} \times \ln\left(\frac{y_1}{\bar{y}}\right) = -0.367$$

Repitiendo el ejercicio para los demás, el índice vendría dado por:

$$T = \frac{(-0.367 - 0.354 - 0.305 - 0.264 + 3.107)}{5} = 0.363$$

#### Cuadro 4.3 Cálculo del coeficiente de Theil

Personas	Ingreso	$x_i$	$x_i \ln(x_i/n)$	$\frac{y_1}{\bar{y}}$	$\ln\left(\frac{y_1}{\bar{y}}\right)$	$\frac{y_1}{\bar{y}} \times \ln\left(\frac{y_1}{\bar{y}}\right)$
1	500,000	0.069	-0.073	0.338	-1.084	-0.367
1	700,000	0.097	-0.070	0.474	-0.747	-0.354
1	890,000	0.123	-0.060	0.602	-0.507	-0.305
1	1,000,000	0.138	-0.051	0.677	-0.391	-0.264
1	4,300,000	0.593	0.645	2.909	1.068	3.107
<b>Total</b>	<b>7,250,000</b>		<b>0.390</b>			<b>1.817</b>

El resultado anterior refleja que existe desigualdad en el ingreso de esas personas. Entre más se acerque a uno el índice, mayor la desigualdad entre los individuos. Conviene advertir que los índices de Gini y Theil no producen los mismos resultados. En este caso el Gini sería 0.732.

La utilidad de descomponer la desigualdad dentro y entre grupos es muy grande no sólo por razones descriptivas, sino también para fines de política económica. Típicamente, el ingreso urbano de cualquier país está muy mal distribuido, pero los ejercicios de descomposición basados en el índice de Theil muestran que ello se debe básicamente a la desigualdad en la distribución del ingreso dentro de cada ciudad y sólo muy poco a las diferencias de ingreso promedio entre las ciudades. Por consiguiente, para disminuir la desigualdad no resultan muy apropiados los esfuerzos de acelerar el desarrollo de las ciudades relativamente más pobres. En cambio, cuando se considera la desigualdad de los ingresos por niveles de educación de los perceptores de ingresos, se aprecia que gran parte de la concentración del ingreso se origina en las diferencias de los ingresos promedios de las personas con y sin educación secundaria y universitaria (aunque también hay una alta concentración al interior de cada uno de los grupos). Por tanto, las políticas educativas pueden tener un efecto muy apreciable sobre la distribución

del ingreso.

## 4.2 Indicadores de pobreza

La pobreza puede medirse de forma indirecta o directa. El método indirecto busca medir la capacidad adquisitiva de los hogares respecto de una canasta de los bienes y servicios considerados mínimos vitales. El método directo busca medir el grado de privación de ciertos aspectos de la vida de los miembros del hogar que se consideran esenciales para el bienestar. La *pobreza monetaria* es el método indirecto y la *pobreza multidimensional* el método directo. Ambas miden aspectos relevantes de las condiciones de vida de los hogares y por ende son complementarias. Nótese que la pobreza, tanto monetaria como multidimensional, se establece al nivel del hogar, no de las personas.

### 4.2.1 Pobreza monetaria

Aunque algunos indicadores sociales pueden reflejar ciertas consecuencias del problema de la pobreza, una dimensión central de la pobreza es la carencia de ingresos para satisfacer las necesidades básicas de consumo de todos los miembros del hogar. Según este criterio, un hogar se considera pobre si los ingresos totales de todos los miembros del hogar son insuficientes para adquirir la canasta de consumo básica para ese hogar (dado el número de personas, su sexo y edad). La definición de estas necesidades varía con el tiempo y el lugar. Cada país construye líneas apropiadas a su nivel de desarrollo, normas sociales y valores.

Por supuesto, la condición de pobreza no se restringe a la insuficiencia de ingresos; usualmente implica también falta de acceso a servicios básicos, vulnerabilidad económica y exclusión política. Entre más amplia es una definición de pobreza puede ser más completa para entender las diferentes dimensiones del fenómeno, pero es menos práctica para propósitos de medición. Por eso, las mediciones más utilizadas de pobreza son las más sencillas. En 2017, 1,821 millones de personas, o cerca de 24.3% de la población mundial, subsistían con base en ingresos diarios per cápita equivalentes a menos de 3.20 dólares (ajustados según el poder de compra del dólar en cada país), y de estas, 696 millones de personas, o sea 9.3% de la población mundial, vivían con menos de 1.90 dólares diarios. Los valores diarios de 3.20 y 1.90 dólares (ajustados según el poder de compra) constituyen las líneas de referencia establecidas por el Banco Mundial para comparar los niveles de *pobreza* y *pobreza extrema*, respectivamente, a nivel internacional. Obsérvese que las mediciones no se refieren a dólares corrientes, sino a dólares ajustados por poder de compra, usando los precios internacionales de 2015 (que, más exactamente, se denominan “dólares de paridad de poder de compra”, véase el Capítulo 5 sobre índices de precios y cantidades).

En Colombia, y en otros países, se utilizan límites absolutos de pobreza diferentes a los de estas convenciones internacionales. El criterio general para definir

*La línea de pobreza es un criterio basado en el ingreso para definir quiénes son pobres.*

*La línea de pobreza monetaria extrema mide el costo de una canasta de alimentos que corresponde a los requisitos nutricionales mínimos.*

tales límites consiste en establecer el valor de una canasta mínima de consumo per cápita, que se supone permite satisfacer las necesidades más básicas. En el 2020, por ejemplo, una persona era considerada pobre si vivía con menos de \$331,688 mensuales, variando según al lugar de residencia, cabecera o centro poblado (véase Cuadro 4.2). La forma tradicional de cálculo parte del valor de una canasta de alimentos que contiene los requerimientos mínimos de calorías, proteínas y otros nutrientes. Luego identifica la proporción que dentro del gasto total tienen los alimentos en el presupuesto de los hogares de ingresos bajos y, finalmente, divide el costo de la canasta mínima por esta proporción. Al costo de la canasta de alimentos que corresponde a los requisitos nutricionales mínimos diarios se le llama *línea de pobreza monetaria extrema*. Su valor en 2020 fue \$145,004 mensuales por persona, variando por lugar de residencia. Tanto la línea de pobreza como la línea de indigencia son actualizadas cada año para tener en cuenta los cambios en los precios de los bienes de la canasta mínima según el lugar de residencia.

**Cuadro 4.4 Línea de pobreza monetaria en Colombia (pesos corrientes por mes por persona)**

Dominio	2020	2021
Nacional	331,688	354,031
Cabeceras	369,748	390,615
Centros poblados y rural disperso	199,828	226,520

*Fuente: DANE pobreza y calidad de vida.*

**Ejemplo 4.4 - Cálculo con el método de pobreza monetaria**

Una mujer madre soltera que devenga mensualmente \$908,526 (correspondientes a un salario mínimo de 2021), tiene tres hijos que estudian y no trabajan. La familia reside en un municipio rural de Colombia. Para saber si los integrantes de este hogar están por debajo de la línea de pobreza, simplemente se dividen los ingresos mensuales por el número de personas en el hogar.

$$\text{Ingreso por persona} = \frac{908,526}{4} = 227,131$$

Si se tiene en cuenta que la línea de pobreza en los centros poblados y el área rural dispersa para 2021 eran 199,828 por persona, resulta que esta familia no se encuentra bajo la línea de pobreza. En cambio, si esta misma familia viviera en una cabecera municipal, sí sería considerada como pobre, pues allí la línea de pobreza era de 369,748.

El concepto de límite de pobreza no está exento de problemas. De una parte, es difícil establecer unos requerimientos nutricionales mínimos al margen de

las condiciones geográficas, el tipo de actividad de los individuos y aún de sus propias costumbres alimentarias. Por otra, es discutible si el cálculo del gasto mínimo debe basarse en los patrones de consumo de los individuos o, más bien, en unos patrones ideales u óptimos según los contenidos nutricionales y los precios de los diferentes alimentos. Igualmente, se puede argumentar que el límite de pobreza no debe establecerse en términos de ingresos corrientes sino permanentes, dependiendo de que existan o no mercados para ciertas formas de riqueza y de acuerdo con el grado de integración de las familias en la economía de mercado.

Aparte de los problemas en definir cuál es el valor de la línea de pobreza, también se encuentran dificultades para saber en la práctica quién cae por debajo de esta línea para ser considerado como pobre. Es difícil captar en las encuestas de hogares el valor de los ingresos en especie y transferencias en términos de servicios gratuitos o subsidiados. Usualmente hay, además, deficiencias de reporte que hacen que las encuestas de hogares tiendan a subvaluar el ingreso de todos los individuos del hogar, que son la base para el cálculo del ingreso per cápita del hogar. Los ingresos del hogar deben sumar, no sólo los ingresos laborales, sino todos los ingresos corrientes, incluyendo transferencias y subsidios recibidos del gobierno nacional o local y de personas o entidades, y deben restar los pagos por impuestos y contribuciones obligatorias al gobierno nacional o local y a otras entidades. Como la GEIH es una encuesta mensual, que indaga por los ingresos mensuales de los hogares, los cálculos de pobreza son mensuales, no anuales. Cuando el DANE dice que “en 2021 la tasa de pobreza monetaria fue 39.3%”, estrictamente debería decir “en 2021 la tasa de pobreza mensual fue, en promedio, 39.3%”. Para calcular la tasa de pobreza anual habría que estimar los ingresos anuales de los hogares, lo que requiere un trabajo econométrico dispendioso.

Por las dificultades para medir adecuadamente el ingreso per cápita del hogar, y por el hecho de que el ingreso que debería importar más es el permanente y no el corriente, que puede variar por razones totalmente caprichosas, algunos estudios en Colombia y en otros países han optado por medir directamente el consumo, en vez del ingreso. La medición del consumo presenta sus propias dificultades, pero es una medida más directa de la capacidad de satisfacción de las necesidades básicas. Medido el valor del consumo de una familia en un período, puede compararse ese valor con el límite absoluto de pobreza para establecer si se trata o no de una familia pobre. En la práctica, los métodos de medición del ingreso y del consumo son complementarios y conjuntamente pueden ofrecer un panorama más completo sobre la incidencia de la pobreza.

A pesar de esta diversidad de críticas, la definición de uno o varios límites absolutos de pobreza es de gran utilidad para hacer comparaciones a través del tiempo en una misma región o ciudad y, con mayor cautela, para hacer comparaciones interregionales o internacionales.

### 4.2.2 Índices de pobreza

Como hemos visto, la tasa de pobreza es sencillamente el porcentaje de personas cuyos ingresos están por debajo del límite de pobreza. Esta forma de medir la pobreza no nos dice qué tan pobres son los pobres: la tasa de pobreza es la misma si los pobres no tienen ningún ingreso o si les faltan apenas unos centavos para alcanzar la línea de pobreza. Para superar esta deficiencia se utilizan los *índices de pobreza (IP)* propuestos por Foster, Greer y Thorbecke en 1984, que se definen en forma genérica así:

$$\sqrt{IP_\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left( \frac{z - y_i}{z} \right)^\alpha$$

donde:

- $N$  es el número total de personas
- $H$  es el número de pobres (con ingresos por debajo de la línea de pobreza  $z$ )
- $z$  es la línea de pobreza
- $y_i$  es el ingreso del individuo  $i$
- $\alpha$  es un factor exponencial para darle más o menos peso a los individuos más pobres.

Cuando el factor exponencial  $\alpha$  es cero, el paréntesis toma el valor de 1 y la sumatoria es sencillamente el número de pobres. Por consiguiente, el índice de pobreza en este caso es la *tasa de pobreza* que ya conocemos:

$$IP_1 = \frac{H}{N}$$

*El factor exponencial del IP puede tomar varios valores, convirtiéndose en diferentes indicadores:*

- Tasa de pobreza,  $\alpha = 0$
- Brecha de la pobreza,  $\alpha = 1$
- Índice de severidad de pobreza,  $\alpha = 2$

Si el factor exponencial es 1, entonces tendremos el *índice de brecha de la pobreza*:

$$IP_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left( \frac{z - y_i}{z} \right)^1$$

Como su nombre lo sugiere, este índice mide cuál es el déficit de ingresos que tienen en promedio los pobres. Si los pobres no tuvieran ningún ingreso sería igual a la tasa de pobreza (porque, nuevamente, el paréntesis para cada persona pobre tendría el valor de 1). Si el factor exponencial es mayor de 1 tendrán más peso en el índice los individuos más pobres.

Si el factor exponencial toma el valor de 2, se obtiene el *índice de severidad de la pobreza*:

$$IP_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^H \left( \frac{z - y_i}{z} \right)^2$$

El índice de severidad capta tanto la intensidad de la pobreza como la desigualdad entre los pobres.

#### Ejemplo 4.5 - Cálculo de la tasa y brecha de pobreza

Suponga que para el año 2020, hay 5 personas que viven solas y devengan los siguientes ingresos: \$200,000; \$250,000; \$300,000; \$1,000,000 y \$1,500,000. Calcule la tasa y la brecha de pobreza suponiendo que la línea de pobreza es de \$331,688 mensuales (es decir, la de 2020).

La tasa de pobreza vendría dada por:

$$IP_0 = \frac{3}{5} = 0.60$$

Y la brecha de pobreza:

$$IP_1 = \frac{1}{5} \left( \frac{331,688 - 200,000}{331,688} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{331,688 - 250,000}{331,688} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{331,688 - 300,000}{331,688} \right)$$

$$IP_1 = 0.15$$

De acuerdo con el ejercicio, el 60% de las personas se encontraba en situación de pobreza y el déficit de ingreso de los individuos en situación de pobreza era 15%, aproximadamente.

Los índices de pobreza ofrecen por consiguiente un panorama más completo de la pobreza, porque resumen en un solo indicador la incidencia y la severidad de la pobreza. Sin embargo, la pobreza puede verse no solo como la carencia de ingresos para suplir una canasta básica, sino también como la combinación de carencias en varias dimensiones, como salud, educación, servicios públicos, entre otras. Por estas razones, aunque con mayor dificultad para su cálculo, se han creado indicadores que reúnen varias de estas condiciones y estudian de manera “multidimensional” el fenómeno de la pobreza.

#### 4.2.3 La pobreza multidimensional

La metodología de la pobreza multidimensional para Colombia fue diseñada inicialmente por el Departamento Nacional de Planeación (DNP) con base en la metodología propuesta por Alkire y Foster del Oxford Poverty & Human Development Initiative (OPHI). Desde 2012 el DANE es el encargado de realizar

la medición utilizando una metodología que presenta algunas modificaciones frente a la original y cuya información proviene de la Encuesta Nacional de Calidad de Vida.

El método de cálculo de la pobreza multidimensional es bastante sencillo, aunque debe advertirse que hay un cambio de unidad en el momento de hacer los cálculos que puede confundir a primera vista. La unidad de análisis es el hogar, y la base de medición es un listado de 15 condiciones agrupadas en cinco dimensiones: condiciones educativas, condiciones de la niñez y juventud, trabajo, salud y condiciones de la vivienda y servicios básicos. Para cada condición se establece un criterio para decidir si un hogar y todas las personas en él cumplen o no. Un hogar se define como pobre multidimensional cuando incumple el 33 % o más de estas condiciones teniendo en cuenta la ponderación de cada criterio (Cuadro 4.2). Por ejemplo, si un hogar incumple las primeras cinco condiciones, la suma de las ponderaciones daría 35 %, clasificando como pobres a todos los miembros de ese hogar. Nótese el cambio de hogar a persona. Es decir, cuando un hogar presenta privación en un indicador, automáticamente todos los miembros del hogar son considerados como privados en ese indicador. Con base en la clasificación de hogares entre pobres o no según esta metodología se calcula luego una tasa de incidencia simple, dividiendo el número de personas de todos los hogares considerados como pobres sobre el total de los individuos para los que se está haciendo la medición.

*La incidencia de la pobreza multidimensional mide el número de personas pobres sobre el total de la población.*

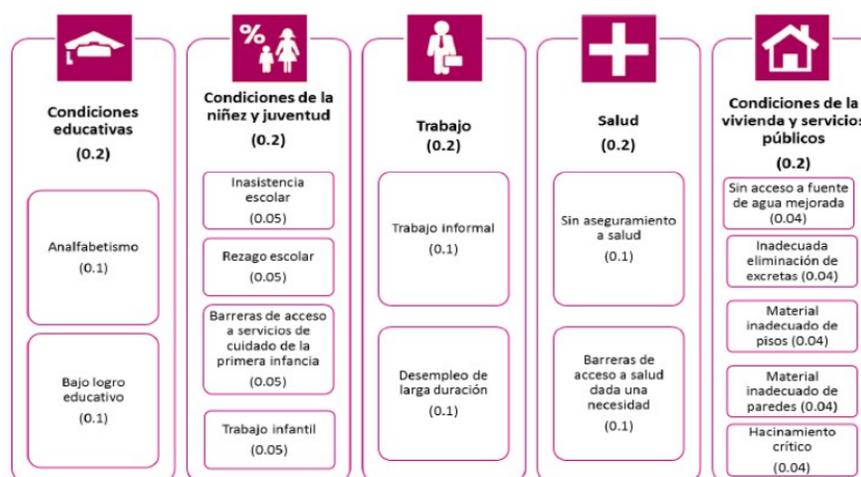
De esta manera, la incidencia de la pobreza multidimensional se define como:

$$\checkmark H = \frac{q}{n}$$

Donde,  $q$  representa el número de personas pobres (de manera multidimensional) y  $n$  el total de la población.

*Fuente: Presentación rueda de prensa pobreza multidimensional 2021 DANE.*

### Índice de pobreza multidimensional en Colombia



**Cuadro 4.5 Criterios para determinar pobreza multidimensional en Colombia**

Dimensión - Indicador	Ponderaciones
<b>Condiciones educativas del hogar</b>	
1. Analfabetismo (en el hogar una o más personas con 15 años o más no saben leer y escribir)	0.10
2. Bajo logro educativo (el promedio educativo para las personas del hogar de 15 o más es inferior a 9 años de escolaridad)	0.10
<b>Condiciones de la niñez y juventud</b>	
3. Inasistencia escolar (al menos un niño del hogar entre 6 y 16 años no asiste a la escuela)	0.05
4. Rezago escolar (uno o más niños del hogar entre 7 y 17 años tiene rezago escolar)	0.05
5. Barreras a servicios para cuidado de la primera infancia (al menos un niño del hogar entre 0 y 5 años no tiene acceso simultáneo a nutrición, salud, cuidado y educación inicial)	0.05
6. Trabajo infantil (uno o más niños del hogar entre 12 y 17 años están ocupados)	0.05
<b>Trabajo</b>	
7. Trabajo informal (una o más personas de la PEA del hogar no está afiliada a pensiones)	0.10
8. Desempleo de larga duración (al menos una persona del hogar que está desempleada lleva más de 12 meses buscando trabajo)	0.10
<b>Salud</b>	
9. Sin aseguramiento en salud (al menos una persona del hogar no se encuentra afiliada al sistema general de seguridad social en salud)	0.10

*(continuación)*

Dimensión - Indicador	Ponderaciones
10. Barreras de acceso a servicios de salud (alguna persona del hogar no asistió al servicio de salud teniendo una necesidad sentida)	0.10
<b>Servicios públicos domiciliarios y condiciones de la vivienda</b>	
11. La vivienda no tiene acceso a fuente de agua mejorada (urbano: la vivienda no cuenta con servicio público de acueducto; rural: el agua que utilizan para consumo proviene de pozo, río, lluvia, etc.)	0.04
12. Inadecuada eliminación de excretas (no hay conexión pública de alcantarillado)	0.04
13. Material inadecuado de pisos (la vivienda tiene pisos en tierra)	0.04
14. Material inadecuado de paredes exteriores (urbano: paredes exteriores en: madera burda, tabla, tablón, guadua, zinc, tela, cartón, otro vegetal o sin paredes; rural: los mismos que en urbano excluyendo las derivaciones de madera)	0.04
15. Hacinamiento crítico (urbano: duermen tres o más personas en un cuarto; rural: más de tres personas por cuarto).	0.04

*Fuente: Presentación rueda de prensa pobreza multidimensional resultados 2021 DA-NE.*

El Cuadro 4.3 muestra el porcentaje de hogares que presentan privaciones en Colombia por tipo de privación para los años 2019 y 2020. Según estos datos la mayor privación es el “trabajo informal”, seguida por “bajo logro educativo”.

**Porcentaje de hogares privados por indicador**  
**Principales dominios. 2019-2020**

Cifras en porcentaje	Total nacional			Cabequera				CP y RD		Cambio 2020 - 2019		
	Variable	2019	2020	Cambio 2020-2019	2019	2020	Cambio 2020-2019	2019	2020			
Analfabetismo	9,3	8,4	-0,9*	↓	6,0	5,7	-0,3	↓	20,5	17,6	-2,9*	↓
Bajo logro educativo	44	42,2	-1,8*	↓	34,1	33,3	-0,8	↓	77,6	72,5	-5,1*	↓
Barreras a servicios para cuidado de la primera infancia	7,9	7,6	-0,3	↓	8,3	7,6	-0,7*	↓	6,6	7,9	1,3*	↑
<b>Barreras de acceso a servicios de salud</b>	<b>5,5</b>	<b>2,2</b>	<b>-3,3*</b>	<b>↓</b>	<b>5,6</b>	<b>2,1</b>	<b>-3,5*</b>	<b>↓</b>	<b>5,4</b>	<b>2,6</b>	<b>-2,8*</b>	<b>↓</b>
Desempleo de larga duración	12,4	14,2	1,8*	↑	12,9	14,5	1,6*	↑	11	13,1	2,1*	↑
Hacinamiento crítico	8,6	7,9	-0,7*	↓	8,9	8,1	-0,8*	↓	7,5	7,1	-0,4	↓
Inadecuada eliminación de excretas	11,0	10,2	-0,8	↓	7,2	6,9	-0,3	↓	23,7	21,5	-2,2*	↓
<b>Inasistencia escolar</b>	<b>2,7</b>	<b>16,4</b>	<b>13,7*</b>	<b>↑</b>	<b>2,1</b>	<b>12,4</b>	<b>10,3*</b>	<b>↑</b>	<b>4,6</b>	<b>30,1</b>	<b>25,5*</b>	<b>↑</b>
Material inadecuado de paredes exteriores	2,6	2,5	-0,1	↓	2,7	2,8	0,1	↑	2,6	1,5	-1,1*	↓
Material inadecuado de pisos	6,4	6,3	-0,1	↓	2,0	2,2	0,2	↑	21,4	20,2	-1,2	↓
Rezago escolar	25,8	25,9	0,1	↑	24,3	24,9	0,6	↑	30,9	29,5	-1,4*	↓
Sin acceso a fuente de agua mejorada	11,5	9,7	-1,8*	↓	2,8	2,5	-0,3	↓	41,2	34,3	-6,9*	↓
Sin aseguramiento en salud	11,3	10,8	-0,5	↓	11,9	11,4	-0,5	↓	9,5	8,6	-0,9*	↓
Trabajo infantil	1,7	1,2	-0,5*	↓	1,2	0,8	-0,4*	↓	3,4	2,8	-0,6*	↓
<b>Trabajo informal</b>	<b>72,9</b>	<b>74,2</b>	<b>1,3*</b>	<b>↑</b>	<b>67,7</b>	<b>69,5</b>	<b>1,8*</b>	<b>↑</b>	<b>90,6</b>	<b>90,4</b>	<b>-0,2</b>	<b>↓</b>

Fuente: Presentación rueda de prensa pobreza multidimensional resultados 2021 DANE.

**Cuadro 4.6 Porcentaje de hogares que enfrentan privaciones en Colombia por tipo de privación**

Variable	2019	2020
Analfabetismo	9.3	8.4
Bajo logro educativo	44.0	42.2
Barreras a servicios para cuidado de la primera infancia	7.9	7.6
Barreras de acceso al servicio de salud	5.5	2.2
Desempleo de larga duración	12.4	14.2
Hacinamiento crítico	8.6	7.9
Inadecuada eliminación de excretas	11.0	10.2
inasistencia escolar	2.7	16.4
Material inadecuado de paredes exteriores	2.6	2.5
Material inadecuado de pisos	6.4	6.3
Rezago escolar	25.8	25.9
Sin acceso a fuente de agua mejorada	11.5	9.7
Sin aseguramiento en salud	11.3	10.8
Trabajo infantil	1.7	1.2
Trabajo informal	72.9	74.2

Fuente: Presentación rueda de prensa pobreza multidimensional resultados 2021 DANE.

Con el fin de refinar el anterior indicador, se calcula también la intensidad de la pobreza multidimensional, que mide qué proporción de privaciones tienen las personas que están en situación de pobreza multidimensional:

$$A = \sum_i P_i \times w_i$$

Donde,  $A$  representa la tasa de intensidad,  $P_i$  es el porcentaje de, quienes estando en situación de pobreza multidimensional, padecen de privación en la condición  $i$ , y  $w_i$  es la ponderación de dicha condición. Al multiplicar la incidencia de la pobreza multidimensional ( $H$ ) por la intensidad de dicha pobreza ( $A$ ), se tiene como resultado la incidencia ajustada de la pobreza multidimensional ( $M_0$ ):

$$\checkmark M_0 = H \times A$$

Así, por ejemplo, en 2020 la incidencia de la pobreza multidimensional para el total nacional fue de 18.1%, la intensidad de dicha pobreza fue 41.4% y la incidencia ajustada 7.5%. El Ejemplo 4.6 explica en mayor detalle la forma de calcular estos indicadores suponiendo cuatro hogares.

#### Ejemplo 4.6 - Cálculo de la pobreza multidimensional

Considere la información que muestra la privación de las carencias de cuatro hogares para calcular la incidencia e incidencia ajustada de la pobreza multidimensional.

Cuadro 4.7 Índice de pobreza multidimensional de los hogares

Variable	Ponderaciones	Hogar 1	Hogar 2	Hogar 3	Hogar 4
<b>Número de personas en el Hogar</b>		<b>4</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>4</b>
Analfabetismo	0.10	1	0	1	1
Bajo logro educativo	0.10	1	0	0	1
Inasistencia escolar	0.05	0	0	0	1
Rezago escolar	0.05	0	0	0	0
Barreras a servicios para cuidado de la primera infancia	0.05	0	1	0	1
Trabajo infantil	0.05	0	0	0	1
Trabajo informal	0.10	1	1	1	0
Desempleo de larga duración	0.10	0	1	0	0
Sin aseguramiento en salud	0.10	0	1	1	1
Barreras de acceso a servicios de salud	0.10	0	1	1	1
La vivienda no tiene acceso a fuente de agua mejorada	0.04	0	0	1	0
Inadecuada eliminación de excretas	0.04	0	0	1	0
Material inadecuado de pisos	0.04	0	0	1	0
Material inadecuado de paredes exteriores	0.04	0	0	1	0
Hacinamiento crítico	0.04	0	1	1	0
<b>Suma de Ponderadores</b>		<b>0.30</b>	<b>0.49</b>	<b>0.60</b>	<b>0.55</b>

El valor de 1 en el hogar 1 en Analfabetismo significa que en ese hogar una o más personas con 15 años o más no saben leer y escribir. El valor de 0 en el hogar 2 significa que todos los miembros con 15 años o más saben leer y escribir. Para calcular la privación o carencia, se suman los ponderadores de todos los indicadores que tienen un 1 (existe la carencia). Si este valor es mayor a 0.33, se considera como pobre el hogar y todos sus miembros. En el ejemplo, tres de los hogares son pobres (hogares 2, 3 y 4). El hogar 2, por ejemplo, tiene carencias en seis variables cuyos ponderadores suman 0.49.

La incidencia de la pobreza multidimensional vendría dada por:

$$H = \frac{q}{n} = \frac{(0 + 7 + 5 + 4)}{(4 + 7 + 5 + 4)} = 0.8$$

Recuerde que, según la metodología, la incidencia se calcula sobre el número de personas y no sobre la cantidad de hogares.

Y el índice de intensidad de la pobreza multidimensional, también medido sobre el número de personas es:

$$A = \frac{(0.49 \times 7) + (0.60 \times 5) + (0.55 \times 4)}{7 + 5 + 4} = 0.539$$

De forma que, la incidencia ajustada es:

$$M_0 = H \times A = 0.432$$

El **IDH** es una medida sintética que combina información de cuatro indicadores:

- Esperanza de vida al nacer
- Años promedios de educación
- Años esperados de escolaridad
- Nivel de ingresos per cápita.

### 4.3 Índice de Desarrollo Humano

El Índice de Desarrollo Humano, *IDH*, creado en 1990 por el Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo, PNUD, es el indicador más utilizado internacionalmente para comparar los niveles de vida de los países. El *IDH* es una medida sintética que combina información de cuatro indicadores: la esperanza de vida al nacer, los años promedio de educación, los años esperados de escolaridad, y el nivel de ingreso per cápita.

Cada uno de los cuatro indicadores mencionados viene expresado en unidades diferentes (años en el caso de la esperanza de vida, el promedio de educación y la escolaridad esperada, y dólares en el caso del ingreso per cápita), razón por la cual deben ser transformados en índices. Utilizando valores de referencia establecidos por el PNUD cada año (ver Cuadro 4.4), el valor de cada componente se convierte a una escala entre 0 y 1, aplicando una sencilla fórmula:

$$\checkmark \text{ Índice del componente} = \frac{x - m}{M - m}$$

dónde  $M$  es el valor máximo,  $m$  es el valor mínimo, y  $x$  es el valor del indicador para el país en cuestión.

#### Cuadro 4.8 Componentes del Índice de Desarrollo Humano

Indicador	Valor máximo	Valor mínimo
Esperanza de vida al nacer (años)	85	20
Años esperados de escolaridad	18	0
Años promedio de escolaridad	15	0
Ingreso per cápita (en dólares de paridad de poder adquisitivo de 2017)	75,000	100

Fuente: PNUD, *Technical Notes of Human Development Report, 2020*.

Así, para 2019, en el caso de la esperanza de vida, la escala va desde los 85 años (correspondientes a límite superior) hasta los 20 años (límite inferior). Si la esperanza de vida para Colombia es de 77.3 años, se hace la siguiente transformación para calcular el índice de esperanza de vida:

$$\frac{x - m}{M - m} = \frac{77.3 - 20}{85 - 20} = 0.88$$

El valor 0.88 significa que el país tiene el 88% del valor máximo alcanzable. De acuerdo con el PNUD existen cuatro niveles de desarrollo humano: bajo (0-0.549), medio (0.55-0.699), alto (0.70-0.799) y muy alto (0.80-1). Estas categorías no son exclusivas para el *IDH* total, también aplican para cada uno de

los componentes. Por ejemplo, en materia de expectativa de vida Colombia está ubicado en un nivel muy alto a nivel mundial.

En el caso de los dos indicadores de educación, primero se calculan los índices por separado y posteriormente se promedian de manera simple para sacar un solo índice. El indicador de años esperados de escolaridad es análogo al concepto de esperanza de vida al nacer, es decir es una estimación (dadas las tasas actuales de escolaridad, retención, y deserción) del número de años promedio de educación que alcanzaría una cohorte de niños nacida hoy en ese país.

En el caso del ingreso, el indicador base para el cálculo escogido por PNUD es el Ingreso Nacional Bruto (*YNB*) per cápita en dólares de paridad de poder adquisitivo de 2017. Es importante anotar aquí que el *YNB* difiere del PIB, lo que es explicado en detalle en el Capítulo 6 sobre conceptos de agregación económica. Adicionalmente la valoración del *YNB* se hace en dólares de poder de paridad adquisitiva, lo cual se explica en el capítulo de índices de precios y cantidades. Una particularidad de este indicador es que, dadas las disparidades en el ingreso de los países, el rango (estadísticamente hablando) es muy amplio, pues va desde 100 hasta 75,000 dólares. Sin ninguna transformación, la mayoría de los países del mundo tendrían un valor del índice muy bajo. Por esta razón se utiliza la escala logarítmica para reducir el rango a la vez que se respetan las distancias relativas entre los países. En la práctica, la fórmula para llegar al índice es igual, pero en lugar de usar las unidades observadas se usa el logaritmo natural de cada una.

Finalmente, mediante una media geométrica de los tres índices se obtiene el *Índice de Desarrollo Humano*:

$$\sqrt[3]{IDH} = (I.Esperanza de vida \times I.educación \times I.Ingreso)^{\frac{1}{3}}$$

**Ejemplo 4.7 - Cálculo del Índice de Desarrollo Humano, *IDH***

En Colombia en 2019 se tenía una esperanza de vida al nacer de 77.3 años, un promedio esperado de escolaridad de 14.4 años, un promedio de 8.5 años de educación y un ingreso per cápita de paridad de poder adquisitivo de US\$ 14,257.

1. La esperanza de vida:

$$\text{I. Esperanza de vida} = \frac{x - m}{M - m} = \frac{77.3 - 20}{85 - 20} = 0.8815$$

2. Educación

$$\text{I. años esperados de escolaridad} = \frac{x - m}{M - m} = \frac{14.4 - 0}{18 - 0} = 0.8$$

$$\text{I. años promedio de escolaridad} = \frac{x - m}{M - m} = \frac{8.5 - 0}{15 - 0} = 0.5667$$

Promediando los dos índices se obtiene el índice de educación:

$$\text{I. educación} = \frac{0.85 + 0.5567}{2} = 0.6783$$

3. Ingreso per cápita

$$\text{I. de ingreso} = \frac{\ln(x) - \ln(m)}{\ln(M) - \ln(m)} = \frac{\ln(14,257) - \ln(100)}{\ln(75,000) - \ln(100)} = 0.7492$$

Así, el *IDH* es:

$$IDH = (0.8815 \times 0.6783 \times 0.7492)^{\frac{1}{3}}$$

$$IDH = 0.765$$

El *IDH* para Colombia en 2019 fue de 0.765, lo cual le permitió ubicarse en un nivel de desarrollo humano alto y el puesto 83 entre 189 países.

El PNUD ha diseñado índices alternativos de desarrollo humano, que buscan introducir en la medición otros aspectos relevantes en el desarrollo humano, como son la equidad entre los sexos y la desigualdad. Es así como en el año 2014, desarrollaron el Índice de Desarrollo Relativo al Género, *IDG*, que toma los mismos componentes del *IDH* pero evaluando bajo la misma estructura las desigualdades de género. También desarrollaron el Índice de Desigualdad de Género, *GII* (por sus siglas en inglés), con una estructura que mezcla componentes de salud, empoderamiento y poder económico, a partir de indicadores de mortalidad materna, tasas de fecundidad (adolescentes), proporción de mujeres en el

Congreso, y tasas laborales de participación. Estos índices han sido aplicados en Colombia y en otros países a niveles más detallados, permitiendo comparaciones en el tiempo o entre regiones.

Adicionalmente, en 2010 el PNUD introdujo el *IDH* ajustado por desigualdad, *IDH-D*. El *IDH-D* tiene en cuenta no sólo los logros promedio de un país en materia de salud, educación e ingresos, sino también cómo esos logros se distribuyen entre su población, castigando el valor promedio de cada dimensión en la medida en que haya más desigualdad. En condiciones de igualdad perfecta el *IDH-D* es igual al *IDH*, pero cae por debajo del *IDH* cuando aumenta la desigualdad. La diferencia entre el *IDH* tradicional y el *IDH-D* es la pérdida de desarrollo humano debido a la desigualdad. Como se observa en el Cuadro 4.5, mientras que un país muy igualitario como es Noruega pierde solo 5.8 puntos porcentuales en el índice por cuenta de la desigualdad, un país bastante desigual como Colombia pierde 17.2 puntos porcentuales. De igual manera sucede con Chile y Argentina: por cuenta de la desigualdad ambos bajan de la categoría de desarrollo humano muy alto (0.8 a 1) a desarrollo humano alto (entre 0.7 y 0.8).

**Cuadro 4.9 Comparación del Índice de Desarrollo Humano tradicional y el ajustado por desigualdad, 2019**

País	IDH	IDH-D
<b>Desarrollo humano muy alto</b>		
Noruega	0.957	0.899
Estados Unidos	0.926	0.808
Chile	0.851	0.709
Argentina	0.845	0.729
<b>Desarrollo humano alto</b>		
México	0.779	0.613
Perú	0.777	0.628
Colombia	0.767	0.595
<b>Desarrollo humano medio</b>		
El Salvador	0.673	0.529
Nicaragua	0.66	0.505
<b>Desarrollo humano bajo</b>		
Nigeria	0.539	0.348
Haití	0.51	0.303

## Conceptos clave

---

### **Indicadores de desigualdad**

Curva de Lorenz  
Coeficiente de Gini  
Coeficiente de desigualdad de Theil

### **Indicadores de pobreza**

Líneas de pobreza moderada y extrema  
Incidencia (o tasa) de pobreza  
Severidad de la pobreza  
Pobreza multidimensional  
Incidencia (o tasa) de pobreza multidimensional  
Intensidad de la pobreza multidimensional  
Incidencia ajustada de la pobreza multidimensional

### **Índices de desarrollo humano**

Índice de Desarrollo Humano, *IDH*  
Índice de Desarrollo Relativo al Género, *IDG*  
de Desigualdad de Género, *GII*  
Índice de Desarrollo Humano Ajustado por Desigualdad, *IDH-D*

---

## Preguntas y ejercicios

### Pregunta 4.1

Con base en los datos siguientes, obtenga:

Decil	Hogares	Ingreso per cápita
1	2,687	47,670
2	2,686	133,141
3	2,686	195,686
4	2,686	258,567
5	2,686	327,506
6	2,687	544,623
7	2,686	530,035
8	2,686	703,581
9	2,686	1,027,989
10	2,686	2,855,772
Total	26,862	6,624,570

- Porcentaje acumulado de hogares y de ingresos
- Una gráfica de la curva de Lorenz
- El coeficiente de Gini

---

### Pregunta 4.2

Suponga que el ingreso de todos los individuos aumenta en igual proporción. Partiendo de que  $Y_i = \frac{y_i}{y}$ , donde  $Y_i$  es la participación acumulada del sector  $i$  más pobre en el total de ingreso  $y$ , demuestre que el coeficiente de Gini no se altera.

---

### Pregunta 4.3

Suponga ahora que el ingreso de todos los individuos aumenta en un valor constante  $X$ . Demuestre que esto reduce el valor del coeficiente de Gini.

---

Pregunta 4.4

Calcule el índice de concentración total de Theil a partir de los siguientes datos:

Individuo	Sexo	Educación	Ingreso
1	M	Primaria	10
2	M	Primaria	13
3	F	Primaria	8
4	F	Primaria	9
5	M	Secundaria	46
6	M	Secundaria	53
7	F	Secundaria	34
8	F	Secundaria	18

Compruebe que puede obtener los mismos resultados con las dos fórmulas con las que comienza la sección sobre el índice de Theil.

---

Pregunta 4.5

Calcule ahora la descomposición del índice anterior agrupando a la población por nivel educativo. ¿Qué importancia relativa tienen los diferenciales educativos en el grado de concentración del ingreso?

---

Pregunta 4.6

Repita el ejercicio anterior clasificando ahora la población por sexo. Compare sus resultados con los del ejercicio anterior.

---

Pregunta 4.7

Deduzca una ecuación para calcular el coeficiente de concentración total de Theil a partir de los coeficientes de Theil calculados por grupos, los tamaños de las poblaciones grupales y los ingresos totales por grupos.

---

Pregunta 4.8

Calcule la tasa de pobreza y el índice de brecha de la pobreza de una comunidad de 10 habitantes cuyos ingresos mensuales en dólares son 3, 7, 9, 13, 24, 49, 57, 85, 120 y 335:

- (a) suponga que la línea de pobreza es 20
- (b) suponga que la línea de pobreza es 50

---

Pregunta 4.9

Con los mismos datos del ejercicio anterior, ¿qué porcentaje del ingreso de los que no son pobres tendría que recaudarse como impuesto para financiar un subsidio para cubrir las brechas de ingreso de los pobres?

---

Pregunta 4.10

Calcule ahora el índice de pobreza con los mismos datos del ejercicio anterior, suponiendo que el coeficiente exponencial es 2. Interprete los resultados comparándolos con los del ejercicio anterior.

---

Pregunta 4.11

Calcule el *IDH* de Alemania en 2019 con los siguientes datos:

- Esperanza de vida al nacer: 81.3
- Años esperados de escolaridad: 17
- Años promedio de escolaridad: 14.2
- El *YNB* es de 55,314 dólares de paridad de poder adquisitivo

¿Qué puede inferir de los resultados?

### Soluciones a ejercicios seleccionados

Las respuestas a todos los ejercicios se pueden ver en los archivos Excel disponibles en el portal del libro.

#### Respuesta 4.1

a)

Decil	Hogares	Ingreso	Coficiente acumula- do de hogares	Coficiente acumula- do del ingreso	(a)	(b)	(a)*(b)
1	2,687	47,670	0.1	0.01	0.1	0.01	0.00
2	2,686	133,141	0.2	0.03	0.1	0.03	0.00
3	2,686	195,686	0.3	0.06	0.1	0.08	0.01
4	2,686	258,567	0.4	0.10	0.1	0.15	0.02
5	2,686	327,506	0.5	0.15	0.1	0.24	0.02
6	2,687	544,623	0.6	0.23	0.1	0.37	0.04
7	2,686	530,035	0.7	0.31	0.1	0.54	0.05
8	2,686	703,581	0.8	0.41	0.1	0.72	0.07
9	2,686	1,027,989	0.9	0.57	0.1	0.98	0.10
10	2,686	2,855,772	1.0	1.00	0.1	1.57	0.16
<b>Total</b>	<b>26,862</b>	<b>6,624,570</b>					<b>0.47</b>

c) El coeficiente de Gini es 0.546 (=1-0.454)

#### Respuesta 4.4

Ingreso	$x_i$	$x_i \ln(x_i/n)$	$\frac{y_i}{\bar{y}}$	$\ln(\frac{y_i}{\bar{y}})$	$\frac{y_i}{\bar{y}} \times \ln(\frac{y_i}{\bar{y}})$
10	0.052	-0.046	0.419	-0.870	-0.364
13	0.068	-0.041	0.545	-0.607	-0.331
8	0.042	-0.046	0.335	-1.094	-0.366
9	0.047	-0.046	0.377	-0.976	-0.368
46	0.241	0.158	1.927	0.656	1.264
53	0.277	0.221	2.220	0.798	1.770
34	0.178	0.063	1.424	0.353	0.503
18	0.094	-0.027	0.754	-0.282	-0.213
<b>191</b>		<b>0.236</b>			<b>0.237</b>

Donde,  $\bar{y}$  se obtiene como el promedio simple de los ingresos de los individuos:

$$\bar{y} = \frac{(10 + 13 + 8 + 9 + 46 + 53 + 34 + 18)}{8} = 23.875$$

Respuesta 4.8

Por simple conteo se encuentra que las tasas de pobreza son 0.4 y 0.6, respectivamente para las líneas de pobreza de 20 y 50 dólares mensuales. El índice de la brecha de pobreza (para la línea de pobreza de 20 dólares) puede obtenerse calculando primero la suma de las brechas de ingreso en proporción a la línea de pobreza para los individuos pobres:

$$\frac{20 - 3}{20} + \frac{20 - 7}{20} + \frac{20 - 9}{20} + \frac{20 - 13}{20} = 2.4$$

y luego dividiendo ese total por la población total:

$$\frac{2.4}{10} = 0.24$$

Siguiendo el mismo procedimiento se encuentra que el índice de la brecha de pobreza cuando la línea de pobreza es 50 es 0.39. Obsérvese que estos índices son menores que las tasas de pobreza, porque estamos teniendo en cuenta que los pobres tienen algún ingreso.

---

Respuesta 4.9

Si la línea de pobreza es 20 (50) dólares, las brechas de ingreso de los pobres son 48 (195) dólares, como puede deducirse fácilmente de los cálculos del ejercicio anterior. Puesto que los no pobres tienen un ingreso total de 670 (597) dólares, se necesitaría un impuesto de 7.2% (32.7%).

---

Respuesta 4.10

El cálculo es semejante al del ejercicio 4.8, pero elevando al cuadrado cada término de la sumatoria:

$$\left(\frac{20 - 3}{20}\right)^2 + \left(\frac{20 - 7}{20}\right)^2 + \left(\frac{20 - 9}{20}\right)^2 + \left(\frac{20 - 13}{20}\right)^2 = 1.57$$

Y luego dividiendo ese total por la población total:

$$\frac{1.57}{10} = 0.157$$

Cuando la línea de pobreza es de 50 dólares, el resultado es 0.3114. Nótese que estos índices de pobreza son menores que los encontrados en el ejercicio 4.8 porque estamos elevando al cuadrado valores que son menores que 1. Por lo tanto, no son comparables unos y otros. Lo que importa es la comparación para distintas líneas de pobreza en cada caso por separado.

## Bibliografía

### Informes e investigaciones

Bourguignon, F. *The Globalization of Inequality, Princeton and Oxford*, 2015. Una excelente explicación de los conceptos, los métodos de medición y las causas de la creciente desigualdad en el mundo.

Ferranti, D., Perry, G. y Ferreira F. H. G., Walton, M. *Desigualdad en América Latina y el Caribe: ¿Ruptura con la historia?*, 2003. Estudios del Banco Mundial sobre América Latina. Explora las razones por las cuales la región sufre de desigualdad persistente, identifica sus efectos en el desarrollo y sugiere formas para mejorar la distribución de la riqueza, los ingresos y las oportunidades. Puede consultarse en: <http://web.worldbank.org/archive/website00894A/WEB/PDF/INEQU-13.PDF>

Lora, Eduardo, Miguel Benítez, and Diego Gutiérrez. “Annualizing Labor Market, Income, and Poverty Indicators.” *Journal of Economic Inequality*, 2023. Explica por qué los indicadores de pobreza que publica el DANE son mensuales, y qué métodos pueden usarse para convertirlos en anuales.

Lustig, N., López-Calva, L.F. y Ortiz-Juárez, E. “Los determinantes de la disminución de la desigualdad en América Latina”. En Devlin, R., Echevarría, O. y Machinea, J.L. (eds.) *América Latina en una era de globalización*. CAF, 2014. Una excelente explicación de por qué la distribución del ingreso mejoró en América Latina en la primera década del siglo XX.

Núñez Méndez, Jairo. “La pobreza y la desigualdad en Colombia: El papel del Estado y los desafíos de la política social y tributaria”, en Fedesarrollo, *Descifrar el futuro: La economía Colombiana en los próximos diez años*. Debate, Penguin Random House Grupo Editorial, 2021. Este trabajo es un completo análisis de la pobreza y la desigualdad con una visión prospectiva.

Piketty, T. *Capital in the Twenty-First Century*, Belknap Press, 2014. Sin duda alguna, el libro más aclamado sobre distribución del ingreso. Muy didáctico y a la vez estadísticamente riguroso, discute las tendencias de la distribución del ingreso y las razones del aumento de la desigualdad en las últimas décadas, especialmente en los países desarrollados.

PNUD América Latina y el Caribe. *Informe regional de Desarrollo Humano 2021*. Nueva York, 2021. Un agudo análisis de las consecuencias de la mala distribución del ingreso en los tiempos del Covid en América Latina. Puede consultarse en: <https://www.latinamerica.undp.org/content/rblac/es/home/library/regional-human-development-report-2021.html>

The World Bank / Living Standards Measurement Study. Abundantes fuentes de información estadística y metodologías para analizar encuestas de hogares, con especial énfasis en temas de medición de la pobreza: <http://www.worldbank.org/lsms/>

### **Fuentes regulares de información y análisis de indicadores de pobreza, desigualdad y desarrollo humano**

Metodologías y resultados en Colombia: <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/pobreza-y-condiciones-de-vida>

Banco Mundial, *Informe sobre el desarrollo mundial*. Contiene información anual para todos los países del mundo de los principales indicadores de pobreza y desigualdad: <http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>

Cepal. *Indicadores sociales*. La Cepal publica informes anuales y numerosos estudios sobre desarrollo social en los países latinoamericanos, incluyendo indicadores de pobreza: <http://www.cepal.org/es/publicaciones/selecciones/desarrollo-social>

PNUD, *Human Development Report*. Presenta resultados anuales del Índice de Desarrollo Humano y otros indicadores de calidad de vida. Puede consultarse en: <http://hdr.undp.org/en>. También puede consultar la forma de construir los indicadores en las notas técnicas del informe: [https://hdr.undp.org/sites/default/files/data/2020/hdr2020\\_technical\\_notes.pdf](https://hdr.undp.org/sites/default/files/data/2020/hdr2020_technical_notes.pdf)