



EDUARDO LORA & SERGIO I. PRADA

5<sup>ta</sup>  
edición

*Técnicas de*  
***medición***  
*económica*

Metodología y aplicaciones en Colombia

A detailed, close-up photograph of a mechanical watch movement. The image shows several interlocking gears of various sizes, some with fine teeth, and several screws of different sizes. The metal parts have a polished, slightly reflective surface. The overall color palette is a mix of metallic grays and purples, with some highlights from the lighting.

# CAPÍTULO VIII

LA MEDICIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y LAS FUENTES DE  
CRECIMIENTO ECONÓMICO

# CONTENIDO

 LA MEDICIÓN DE LA  
PRODUCTIVIDAD Y LAS FUENTES  
DE CRECIMIENTO ECONÓMICO

1

EL PRODUCTO PER CÁPITA

2

INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD  
Y DOTACIÓN FACTORIAL

3

CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO  
ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

4

LA BRECHA DEL PRODUCTO

5

APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO  
Y ELASTICIDADES

## **LA MEDICIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y LAS FUENTES DE CRECIMIENTO ECONÓMICO**

---

- El éxito económico de un país se mide por su crecimiento económico, éste suele ser el objetivo número uno de las políticas económicas de cualquier país en desarrollo.
- Sólo en la década del noventa la investigación económica empírica empezó a prestar la debida atención a los temas del crecimiento.
- En este capítulo se estudian los indicadores y métodos más utilizados para medir la productividad y las fuentes del crecimiento económico.
- Los conceptos e indicadores que se estudian en este capítulo tienen más significado en el “mediano plazo”.

A nighttime photograph of a busy city street. In the foreground, several people are seated at outdoor tables of a restaurant, eating and talking. The restaurant has a large, ornate glass and metal entrance structure. In the background, tall skyscrapers are lit up with lights, creating a vibrant cityscape. A white rectangular box is overlaid on the center of the image, containing the text 'PRODUCTO PER CÁPITA'.

**— PRODUCTO  
PER CÁPITA**

## PRODUCTO PER CÁPITA

Es la medida más utilizada para comparar los niveles de desarrollo económico de los distintos países o de un país a través del tiempo.

$$PIB_{pc} = \frac{PIB}{PT}$$

- El producto se mide por el PIB a valores de mercado en precios constantes.
- Cuando se comparan países el producto se mide por el PIB a valores de paridad de poder de compra.
- PT es la población total.

Tasa de crecimiento del PIB per cápita:

$$\pi = r - n$$

## PRODUCTO PER CÁPITA

Limitantes de la medida del  
PIBpc

1. No comprende algunas actividades que no pueden valorarse a través del mercado. Ej: Servicios de las amas de casa.
2. No tiene en cuenta que muchas actividades productivas tienen efectos indeseables que reducen el bienestar. Ej: Contaminación o el ruido.
3. No tiene en cuenta las diferencias en las necesidades que tienen los individuos en condiciones sociales o naturales distintas.
4. Por ser una medida promedio no tiene en cuenta la distribución y por tanto no es una medida representativa para quienes se alejan de ese promedio.

## PRODUCTO PER CÁPITA



- Debe verse como una medida de los resultados del esfuerzo económico o del desarrollo económico.
- ¿Por qué no es una medida ideal?
  1. Incluye la depreciación del capital.
  2. Es calculada a valores de mercado y no a costo de factores.
- Se usa también como una medida del ingreso promedio por persona, la medida ideal sería el ingreso personal per cápita.
- Es una muy buena medida del crecimiento del ingreso per cápita en períodos largos.

## PRODUCTO PER CÁPITA

En conclusión

- Es la medida más utilizada para medir el desarrollo económico.
- La tasa de crecimiento de éste es una buena medida del ritmo al que mejora el nivel de desarrollo y el ingreso de la población en períodos largos.
- Puede expresarse como una proporción del PIB per cápita de otro país para medir el desarrollo económico en forma comparativa.
- Indica la brecha frente a la frontera tecnológica mundial.
  - La velocidad a la que se acerca a esa frontera es la tasa de convergencia.



**INDICADORES  
DE PRODUCTIVIDAD Y  
DOTACIÓN FACTORIAL**

## INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD Y DOTACIÓN FACTORIAL

La productividad del trabajo

Productividad media del trabajo:

$$Q = \frac{PIB}{L}$$

- Es una relación entre un flujo y un stock.
- Puede expresarse con respecto al número de personas efectivamente ocupadas o con respecto a la fuerza de trabajo (incluye a los desempleados).
- Puede ser refinada teniendo en cuenta el número de horas trabajadas, el nivel educativo, el sector, la región, etc.
- No mide estrictamente el aporte que cada trabajador hace al producto total.

## INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD Y DOTACIÓN FACTORIAL

La productividad del trabajo

Relación entre el PIB per cápita y la productividad media del trabajo:

$$PIB_{p.c.} = \frac{PIB}{PT} = \frac{PIB}{L} \frac{L}{PET} \frac{PET}{PT}$$

Por consiguiente:

$$PIB_{p.c.} = Q \times TO \times TET$$

Es el resultado combinado de la productividad media del trabajo, la tasa de ocupación y la estructura de edades de la población.

A través del tiempo:

$$\pi = q + o + e$$

# INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD Y DOTACIÓN FACTORIAL

La relación capital-producto

Productividad media del capital:

$$K = \frac{K}{PIB}$$

Puede interpretarse de dos formas:

1. Como una medida que permite saber qué cantidad de producto puede obtenerse con un acervo de capital.
2. Como un indicador de la cantidad de capital requerido para obtener un cierto nivel de producción (tiene más sentido utilizar la relación marginal capital-producto).

$$K' = \frac{\Delta K}{\Delta PIB}$$

# INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD Y DOTACIÓN FACTORIAL

La relación capital-producto

La medición del acervo del capital presenta algunas dificultades. Como el capital existente en un momento dado es la acumulación de bienes producidos en períodos pasados, pero a precios diferentes en cada período, no sería correcto calcular su valor actual como la suma del valor de los bienes de capital producidos en el pasado.

Para quitar esta dificultad es necesario:

- Eliminar las variaciones de los precios (*Capítulo 5*).
- Deducir el desgaste físico del capital en cada período en el pasado y la obsolescencia del capital remanente.

## INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD Y DOTACIÓN FACTORIAL

La relación capital-producto

Está relacionada con la productividad por trabajador por medio de la relación capital-trabajo.

$$\frac{K}{L} = \frac{K}{PIB} \frac{PIB}{L}$$

- Este coeficiente es un indicador tecnológico de la dotación media de capital por trabajador.
- Puede interpretarse como una medida de los requerimientos promedio de capital por trabajador.



**CONTABILIDAD DEL  
CRECIMIENTO ECONÓMICO  
Y LA PRODUCTIVIDAD**

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento por  
las fuentes de demanda agregada

Por contabilidad de crecimiento puede entenderse cualquier método de descomposición de los elementos que contribuyen al crecimiento del PIB.

Se puede tener una contabilidad del crecimiento a partir de los componentes o fuentes de demanda agregada:

$$Y = C + I + G + X - M$$

Entonces:

$$\Delta Y = \Delta C + \Delta I + \Delta G + \Delta X - \Delta M$$

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento por  
las fuentes de demanda agregada

Dividiendo ambos lados por  $Y$ , y multiplicando y dividiendo cada elemento del lado derecho por su valor inicial:

$$\frac{\Delta Y}{Y_0} = \frac{\Delta C}{C_0} \times \frac{C_0}{Y_0} + \frac{\Delta I}{I_0} \times \frac{I_0}{Y_0} + \frac{\Delta G}{G_0} \times \frac{G_0}{Y_0} + \frac{\Delta X}{X_0} \times \frac{X_0}{Y_0} + \frac{\Delta M}{M_0} \times \frac{M_0}{Y_0}$$

Lo anterior puede escribirse como:

$$\dot{Y} = \dot{C} \times c_0 + \dot{I} \times i_0 + \dot{G} \times g_0 + \dot{X} \times x_0 - \dot{M} \times m_0$$

En esta descomposición, la contribución de cada fuente de demanda agregada al crecimiento total es el producto del crecimiento de dicha fuente por su participación en la demanda agregada total.

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento por  
acumulación de factores y productividad

Este método tiene mas contenido teórico que la descomposición anterior.

Se supone que la producción agregada responde a una función de producción. La función de producción que suele suponerse es la Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

- $K$  representa el acervo de capital
- $L$  la fuerza de trabajo o el número de ocupados
- $A$  es un parámetro de eficiencia que refleja la productividad con la que se usan esos factores productivos.

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento por  
acumulación de factores y productividad

Tomando logaritmos naturales a ambos lados

$$\ln Y = \ln A + \ln K + (1 - \alpha) \ln L$$

Se deriva totalmente (es decir, se toman los cambios respecto al tiempo):

$$\delta \ln Y = \delta \ln A + \alpha \ln K + (1 - \alpha) \delta \ln L$$

Se obtiene una expresión muy simple:

$$g = a + \alpha \dot{K} + (1 - \alpha) \dot{L}$$

En una función Cobb-Douglas, esos coeficientes de ponderación son constantes.

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento por  
acumulación de factores y productividad

Una limitación del método sencillo de descomposición que se ha presentado es que no diferencia entre tipos de mano de obra. Una forma simple de resolver el problema es introducir un factor  $H$  que mide el número promedio de años de educación de la fuerza de trabajo:

$$Y = AK^\alpha + (L \times H)^{(1-\alpha)}$$

La descomposición del crecimiento sería ahora el resultado del aumento de la productividad, el aumento del capital físico, el aumento de la oferta laboral y el aumento de la educación de la mano de obra:

$$g = a + \alpha \dot{K} + (1-\alpha)\dot{L} + (1-\alpha)\dot{H}$$

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento  
de la productividad laboral

Una forma alternativa de expresar la función Cobb-Douglas es:

$$Y = A \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha L$$

La productividad por trabajador es:

$$\frac{Y}{L} = A \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha$$

El crecimiento de la productividad laboral ( $q$ ) puede verse como el resultado del crecimiento en la productividad total de los factores ( $a$ ) y el crecimiento de la relación capital-trabajo multiplicado por el parámetro  $\alpha$ :

$$q = a + \left( \frac{\dot{K}}{L} \right) \alpha$$

## CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento  
de la productividad laboral

Considérese una economía compuesta por un sector productivo tradicional ( $T$ ) y uno moderno ( $M$ ). La productividad laboral promedio en esa economía es:

$$\frac{Y}{L} = t \left( \frac{Y}{L} \right)_t + m \left( \frac{Y}{L} \right)_m$$

El cambio de la productividad laboral de esta economía será:

$$\Delta \left( \frac{Y}{L} \right) = \Delta t \left( \frac{Y}{L} \right)_t + t \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t + \Delta t \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t + \Delta m \left( \frac{Y}{L} \right)_m + m \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m + \Delta m \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m$$

Puesto que  $\Delta t = -\Delta m$  (ya que la participación que gana un sector la pierde el otro), podemos reescribir lo anterior como:

$$\Delta \left( \frac{Y}{L} \right) = \Delta m \left[ \left( \frac{Y}{L} \right)_m - \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right] + \left[ m \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m + t \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right] + \Delta m \left[ \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m - \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right]$$

# CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y LA PRODUCTIVIDAD

Descomposición del crecimiento  
de la productividad laboral

El cambio en la productividad laboral total es el resultado de tres sumandos:

1

La reasignación de la  
fuerza de trabajo del sector  
tradicional hacia el sector  
moderno

$$\Delta m \left[ \left( \frac{Y}{L} \right)_m - \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right]$$

2

Los aumentos de productividad dentro de  
cada uno de los dos sectores

$$\left[ m \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m + t \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right]$$

3

La interacción entre la reasignación  
laboral y los aumentos de productividad

$$\Delta m \left[ \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_m - \Delta \left( \frac{Y}{L} \right)_t \right]$$



**— LA BRECHA  
DEL PRODUCTO**

## LA BRECHA DEL PRODUCTO

---

- La economía va y viene entre momentos donde la actividad productiva es dinámica (auges) a épocas donde la producción se desacelera o cae (recesiones): ciclos económicos.
- La mayoría de las decisiones de política macroeconómica dependen del momento del ciclo en el que se encuentra la economía.
- Entre mayor sea la cantidad y calidad de los factores de producción y la eficiencia con que se usen, mayor es la producción agregada que podría llegar a alcanzar una economía.
- Puede existir una diferencia entre la cantidad de factores de producción disponibles y el uso efectivo de ellos en los procesos de producción (Ej: mina de carbón).

## LA BRECHA DEL PRODUCTO

La producción agregada se puede descomponer en:

$$Y = Y^{POTENCIAL} + Y^{CÍCLICO}$$

$Y^{POTENCIAL}$ : Valor del producto agregado que se obtiene si los factores de producción se utilizan bajo circunstancias económicas normales.

$Y^{CÍCLICO}$ : Es el efecto sobre el producto agregado debido a la sobreutilización o subutilización de los factores de producción.

El uso efectivo de los factores de producción depende del momento del ciclo económico en cual se encuentra la economía.

## LA BRECHA DEL PRODUCTO

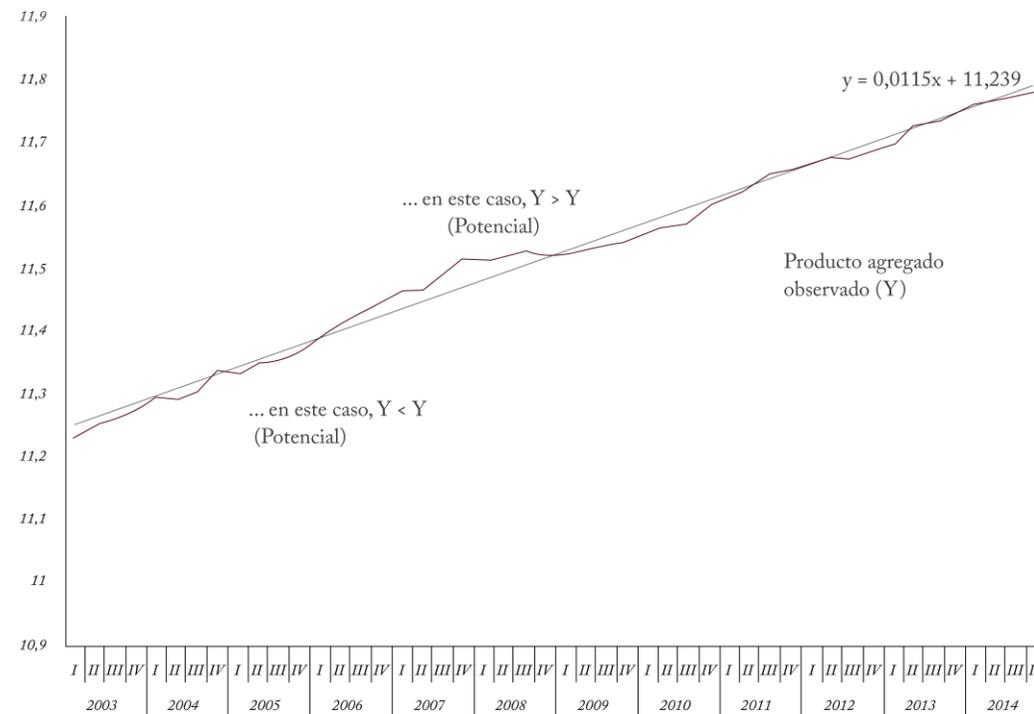
- Durante auge económico, los factores de producción son sobreutilizados y el efecto del producto cíclico es positivo  $\rightarrow Y > Y^{POTENCIAL}$
- Cuando la economía atraviesa una época de desaceleración o recesión económica, los factores de producción son subutilizados y el efecto del producto cíclico es negativo  $\rightarrow Y < Y^{POTENCIAL}$

$$Brecha = \frac{1 - Y^{POTENCIAL}}{Y^{POTENCIAL}} \times 100 = \frac{Y^{CÍCLICO}}{Y^{POTENCIAL}} \times 100$$

## LA BRECHA DEL PRODUCTO

Producto agregado observado y potencial para Colombia. Billones de pesos constantes de 2005 (en logaritmos)

Una forma elemental de calcular el producto potencial consiste en estimar una línea de tendencia del PIB (en logaritmos). El uso de logaritmos permite interpretar la pendiente de la línea de tendencia como la tasa de crecimiento promedio del período.





**———— APÉNDICE: TASAS DE  
CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES**

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

Supóngase que el PIB ha sido definido como el producto de la productividad media por hombre,  $Q$  por el número de trabajadores,  $L$ ,

$$PIB = Q \cdot L$$

Se trata de determinar la tasa de crecimiento del PIB a partir de las tasas de crecimiento de  $Q$  y  $L$ .

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

El procedimiento general es el siguiente:

1. Se deriva totalmente la expresión

$$\delta PIB = L\delta Q + Q\delta L$$

2. Se divide cada lado de esta ecuación por el respectivo lado de la ecuación original

$$\frac{\delta PIB}{PIB} = \frac{L\delta Q}{QL} + \frac{Q\delta L}{QL}$$

3. Se simplifican los términos del lado derecho y se tiene así el resultado buscado

$$\frac{\delta PIB}{PIB} = \frac{\delta Q}{Q} + \frac{\delta L}{L}$$

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

La tasa de crecimiento de un producto es, por tanto, la suma de las tasas de crecimiento de los factores:

$$\Delta PIB = L\Delta Q + Q\Delta L + \Delta Q\Delta L$$

De donde se deduce que

$$\frac{\Delta PIB}{PIB} = \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta Q}{Q} \frac{\Delta L}{L}$$

El error resultaría del hecho de que se debería tener en cuenta un tercer término equivalente al producto de las tasas de crecimiento de las dos variables explicativas.

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

Si se consideran diferencias infinitesimales puede llegarse también al resultado de más arriba por un método alternativo:

1. Se toman logaritmos de la expresión inicial

$$\ln PIB = \ln Q + \ln L$$

2. Se deriva totalmente

$$\partial \ln PIB = \partial \ln Q + \partial \ln L$$

Si se tiene una tasa de crecimiento discreto, puede convertirse a una tasa de crecimiento continuo mediante:

$$g = \ln(1 + r)$$

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

Supóngase ahora que se tiene una variable que se define como un cociente entre otras dos variables, por ejemplo, la productividad por hombre,  $Q$

$$Q = \frac{PIB}{L}$$

Siguiendo cualquiera de los dos métodos anteriores se establece que

$$\frac{\partial Q}{Q} = \frac{\partial PIB}{PIB} - \frac{\partial L}{L}$$

Lo que puede escribirse como

$$q = g - e$$

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de  
productos y cocientes

Se deducen así dos reglas prácticas y una advertencia:

1. La tasa de crecimiento de un producto es la suma de las tasas de crecimiento de los factores.
2. La tasa de crecimiento de un cociente es la diferencia entre las tasas de crecimiento del numerador menos la del denominador. Éstas son las dos reglas.
3. La advertencia es que tales reglas sólo son estrictamente correctas para tasas de crecimiento continuo, las cuales son ligeramente inferiores a las tasas de crecimiento discreto. Para pasar de éstas a aquéllas se calcula el logaritmo natural de 1 más la tasa discreta, es decir:  
$$g = \ln(1 + r).$$

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de sumas

Considérese, por ejemplo, que el PIB es la suma de consumo e inversión

$$PIB = C + I$$

Diferénciese totalmente y divídase cada lado por el PIB inicial

$$\frac{\Delta PIB}{PIB} = \frac{\Delta C}{PIB} + \frac{\Delta I}{PIB}$$

Multiplíquese y divídase cada uno de los términos de la derecha por su respectivo valor inicial

$$\frac{\Delta PIB}{PIB} = \frac{C}{PIB} \frac{\Delta C}{C} + \frac{I}{PIB} \frac{\Delta I}{I}$$

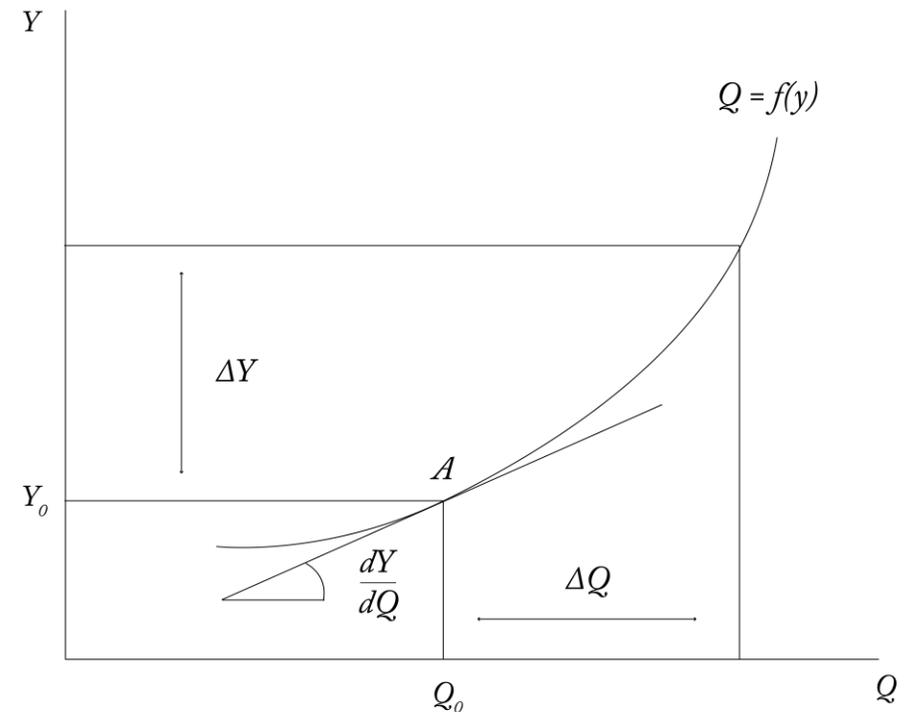
## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de sumas

El uso más importante de las tasas de crecimiento en el análisis económico es en el cálculo de elasticidades. Esta forma de elasticidad se denomina usualmente *elasticidad de arco*, porque en un gráfico que relaciona las dos variables, la elasticidad se obtiene a partir del arco que forman las observaciones de las dos variables antes y después del cambio.

GRÁFICO: ELASTICIDAD DE ARCO Y ELASTICIDAD PUNTUAL EN UNA FUNCIÓN DE DEMANDA

$$e_{Y.Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q_0}}{\frac{\Delta Y}{Y_0}}$$



## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de sumas

### ELASTICIDAD PUNTUAL

Cuando se toma crecimiento continuo, la elasticidad es el cociente de las derivadas de los logaritmos y se le denomina *elasticidad puntual* o *instantánea*.

$$e'_{Y.Q} = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln Y}$$

La tasa de crecimiento de una variable dependiente es igual a la suma de los productos de las elasticidades parciales de esa variable con respecto a las independientes por las tasas de crecimiento de las variables independientes.

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de sumas

Supóngase que la demanda de alimentos es función del ingreso de los demandantes y el precio de los alimentos

$$Q = f(Y, P)$$

Entonces, si se diferencia totalmente

$$\partial Q = \frac{\partial Q}{\partial Y} dY + \frac{\partial Q}{\partial P} dP$$

## APÉNDICE: TASAS DE CRECIMIENTO Y ELASTICIDADES

Tasas de crecimiento de sumas

Se divide por  $Q$  todos los términos, y se multiplican y dividen los términos de la derecha por su respectiva variable independiente:

$$\frac{\partial Q}{Q} = \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial Y}{Y}} \frac{\partial Y}{Y} + \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial P}{P}} \frac{\partial P}{P}$$

O mediante una simbología más compacta, donde el símbolo  $e$  representa elasticidades parciales y el punto encima de una variable significa que se trata de su tasa de crecimiento.

$$\dot{Q} = e_Y \dot{Y} + e_P \dot{P}$$